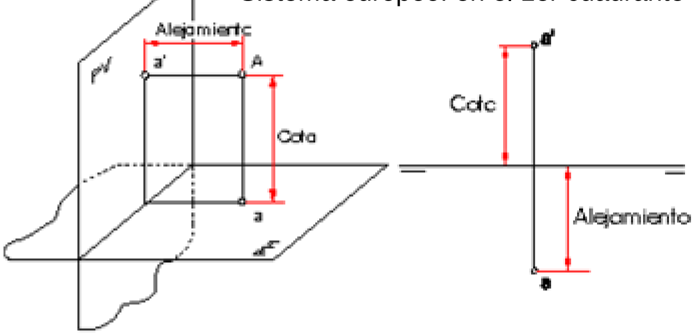
Sistema Dièdric. Punt i recta

Sistema Dièdric Ortogonal:
basat en les projeccions ortogonals (perpendiculars) sobre dos plànols (di = dos, edre = plànol), un anomenat plànol vertical i l'altra plànol horitzontal.

Línia de terra: intersecció entre els dos plànols. És una línia de referència per les posicions dels punts en el sistema dièdric clàssic.

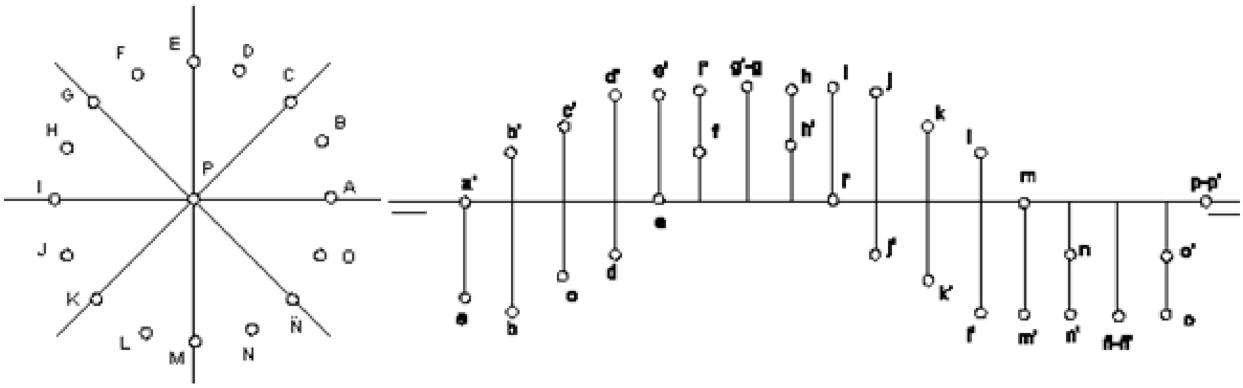
Cota: distància entre el punt i la seva projecció en el pla horitzontal.

Sistema europeo: en el 1er cuadrante

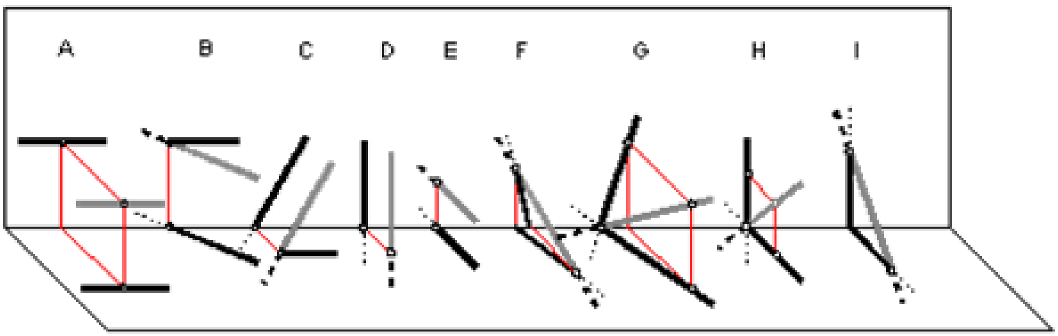


Allunyament: distància entre el punt i la seva projecció en el pla vertical.

Alfabeto del punto: es la representación del punto en las distintas posiciones que puede ocupar en el espacio respecto a los planos de proyección**.**



Alfabeto de la recta:



A) ***Paralela*** a la línea de tierra: paralela a los dos semiplanos
B) ***Horizontal***: paralela al plano horizontal
C) ***Frontal***: paralela al plano vertical
D) ***Vertical***: perpendicular al plano vertical
E) ***De punta***: perpendicular al plano vertical
F) Recta **genérica**: es oblicua a los dos planos de proyección..
G) Recta que **pasa por la LT**.: oblicua sus trazas coinciden en la LT.
H) Recta **perpendicular a LT**.: sus proyecciones son perpendiculares a la LT.

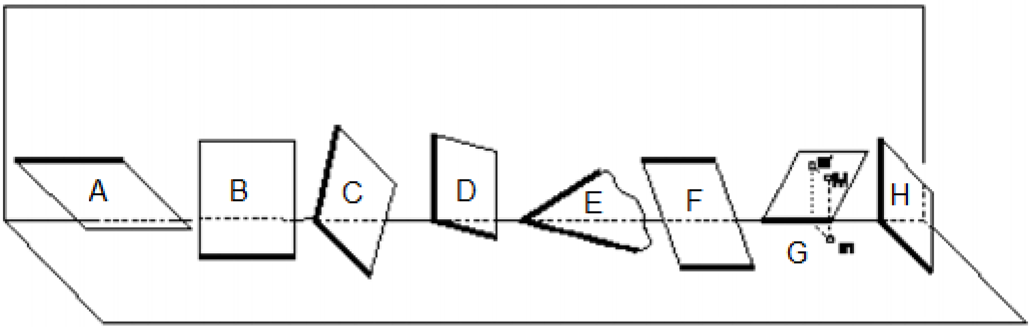
Sistema Diédrico. Planos

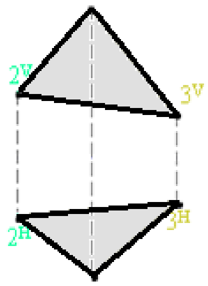
Un plano puede darse definido por sus trazas, o rectas infinitas si se trata de planos infinitos teóricos o por tres puntos o por intersección de segmentos si pertenecen a la realidad medible.

- En el **sistema diédrico <u>clásico</u>**: Los planos son infinitos y se representan con sus trazas o intersecciones con los planos del diédrico.
- En el **sistema diédrico <u>directo</u>**: Los planos se representan como segmentos de intersección entre 3 puntos. No se representa la Línea de Tierra.

Alfabeto del plano

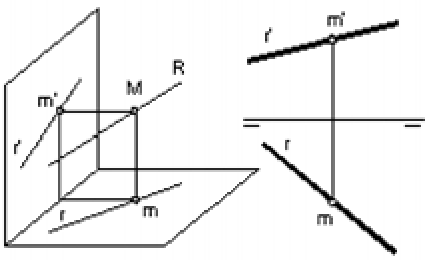
A) Plano horizontal:
B) Plano Frontal:
C) Plano de canto o proyectante vertical
D) Plano vertical o proyectante horizontal
E) Plano genérico: oblicuo a los dos planos
F) Plano paralelo a la LT. :
G) plano que pasa por LT. :
H) Plano de perfil:

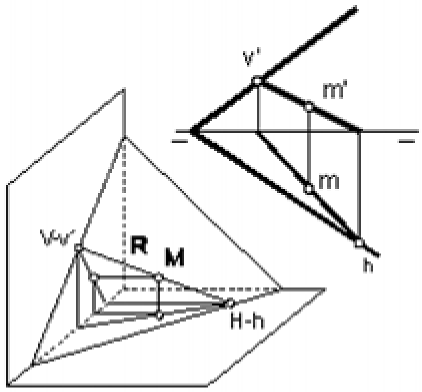


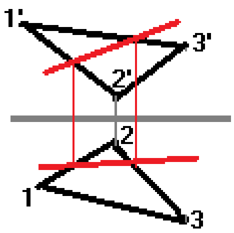


Relaciones de pertenencia

1. Un punto pertenece a una recta, si sus proyecciones están contenidas en las proyecciones homónimas de la recta.
2. Una recta pertenece a un plano, si sus trazas están contenidas en las trazas homónimas del plano.
3. Un punto pertenece a un plano, si está contenido en una recta que a su vez pertenece al plano.

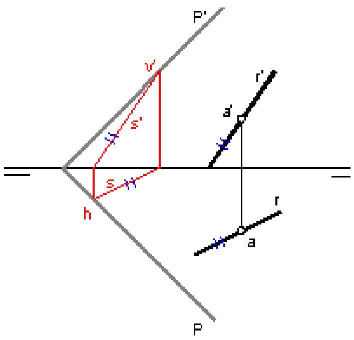


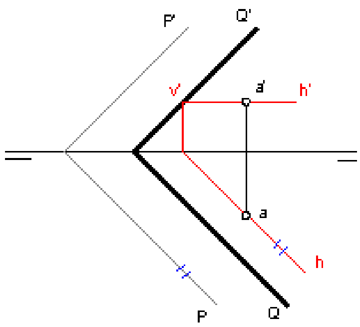


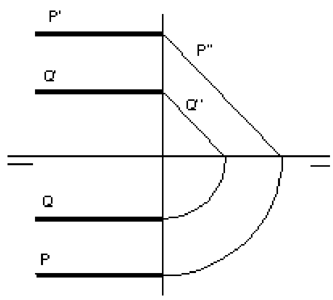


Paralelismo

<u>Entre rectas</u>: Dos rectas son paralelas si tienen sus proyecciones homónimas paralelas.
<u>Entre recta y plano</u>: Son paralelos si lo es a una recta cualquiera contenida en el plano.
<u>Entre planos</u>: Su intersección con otro plano cualquiera son dos rectas paralelas, de aquí que los planos paralelos tengan sus trazas homónimas paralelas.





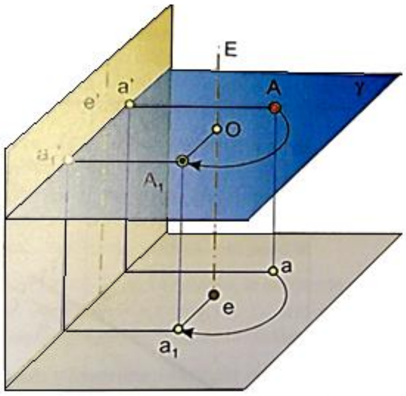


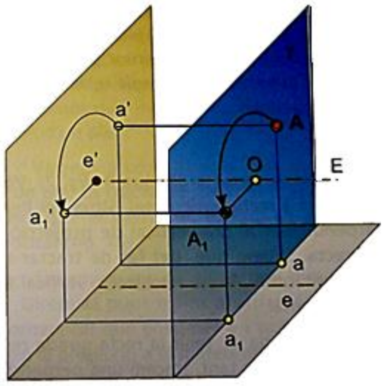
Sistema Diédrico. Movimientos básicos

1. Giro

Es para situar el objeto en una posición favorable, normalmente paralela al plano de proyección, haciendo rotar el objeto respecto un eje de giro. Todos sus puntos trazan un arco del mismo ángulo

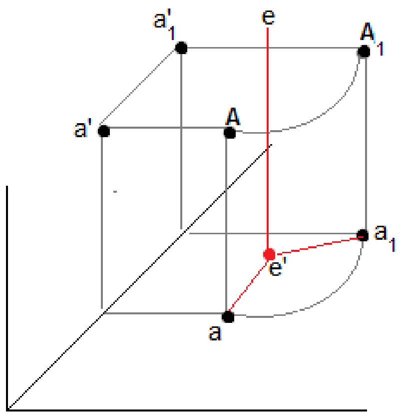
Giro sobre eje vertical y sobre eje horizontal →

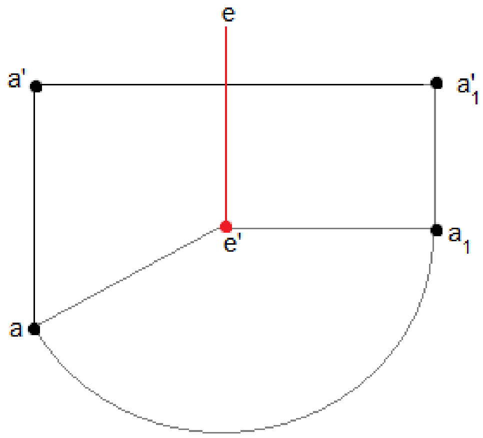




Giro de un punto:

- Dado el punto A, lo rotamos horizontalmente hasta A_1 .
- El punto mantiene su altura vertical y sólo gira su proyección horizontal.





Giro de una recta:

Ejemplo1. *Giro sobre un eje horizontal externo a la recta*

Aplicamos el giro vertical a dos puntos ***a*** y ***b*** de la recta oblicua ***r*** de modo que ésta quede horizontal.

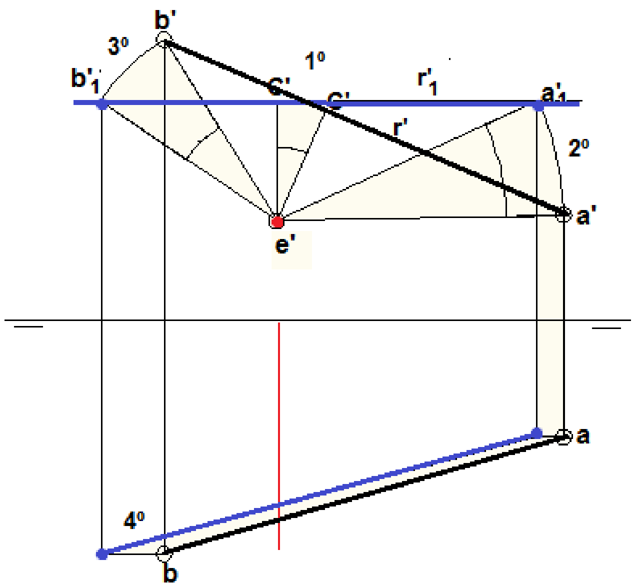
Para ello situamos el eje de giro ***e*** horizontal y perpendicular al plano vertical.

1º Trazamos una perpendicular de ***e*** a la recta para obtener el punto ***c'*** y lo giramos hasta la vertical. Por ese punto pasará la nueva recta proyectada.

2º Trazamos un arco de 24º mismo ángulo que de ***c' – c₁'***

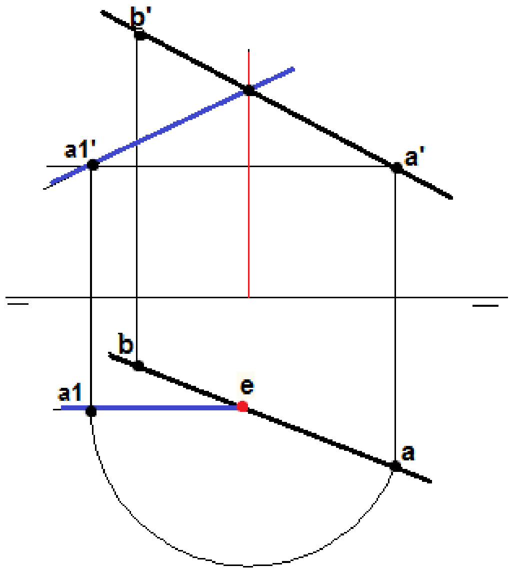
3º Trazamos mismo arco de 24º para tener b'₁ y trazamos la recta proyectada vertical.

4º Con los nuevos puntos trazamos la recta proyectada horizontal.



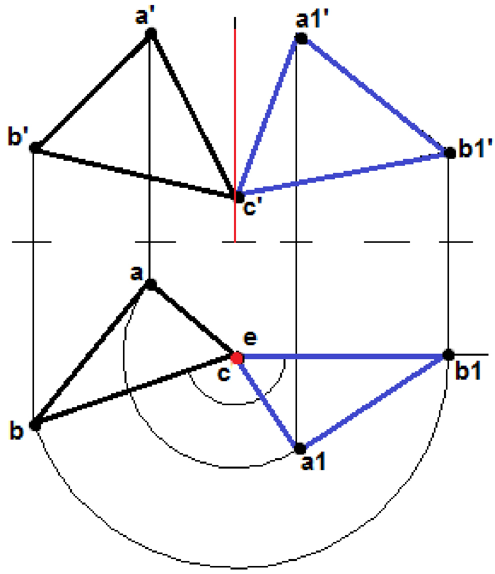
Nota: es más fácil tomar el punto de giro ***e*** sobre la recta.

Ejemplo2. *Giro sobre un eje vertical sobre la recta*



- Queremos girar la recta oblicua ***r*** hasta su posición frontal. Tomando un eje vertical que pase por ***r***.
- Trazamos el arco desde **a** hasta que llegue a la horizontal **a1.** Subimos el punto **a1** hasta la altura de **a'** para tener **a1'**
- El trazo azul es la recta frontal girada.

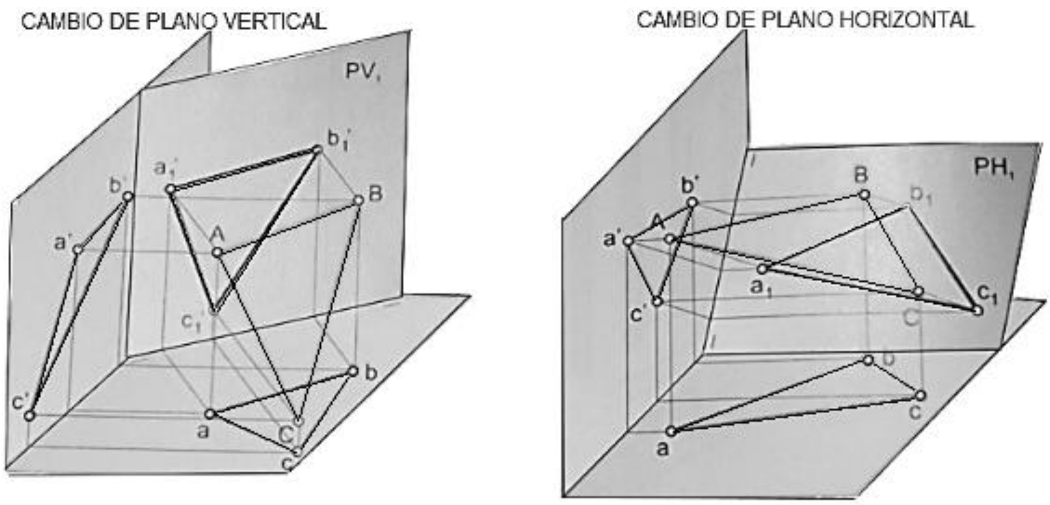
Giro de un plano:



- Situamos el eje de giro vertical ***e*** sobre el punto ***c*** para que un lado del triángulo esté en posición de recta frontal.
- Giramos el punto ***b*** hasta formar una recta horizontal con ***c***.
- Medimos el ángulo (120º) y giramos el mismo ángulo el punto ***a*** para obtener ***a1***.
- Trazamos una vertical de los puntos ***a1*** y ***b1*** a la altura de ***a'*** y ***b'*** para obtener los puntos sobre el plano vertical: ***a1'*** y ***b1'***.

2. Cambio de plano

Consiste en girar el plano de proyección, vertical u horizontal, para obtener una proyección más favorable.



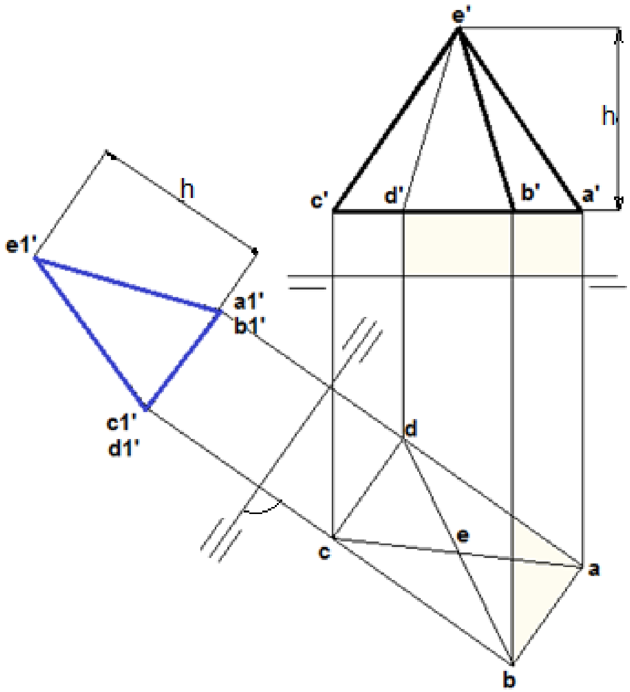
Ejemplo 1. Cambio de plano vertical

Haremos un cambio de plano vertical (que es al más usual) para cambiar el punto de vista frontalmente a la cara del objeto.

1º Se traza la nueva línea de tierra *paralela* a la cara. (normalmente se le añade un guión más)

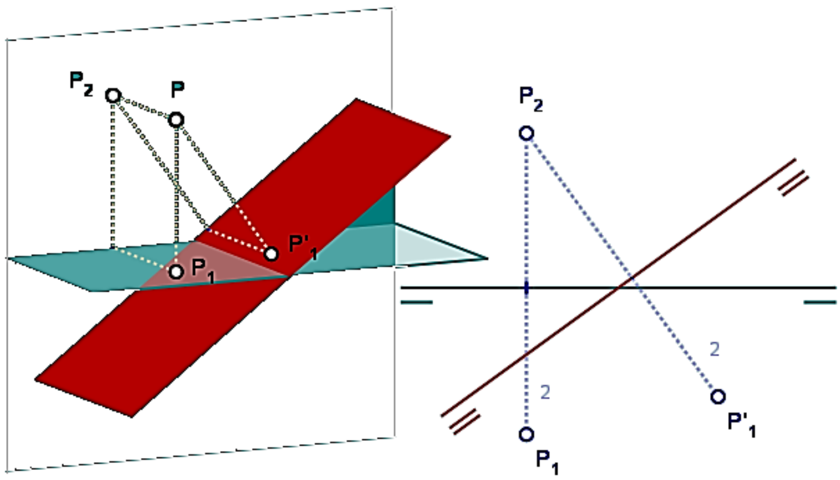
2º Se trazan las rectas de referencia *perpendiculares* a esta línea de tierra.

3º Se *trasladan* las mismas alturas verticales (h)



Cambio de plano horizontal

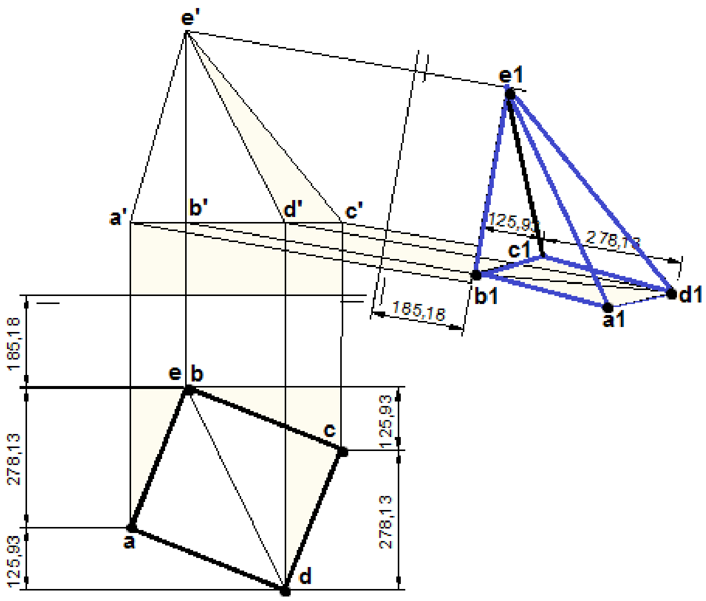
Suele utilizarse para alzar el punto de vista y mejorar la visión 3D.
Es como pasar de estar tumbado a incorporase ligeramente.



Ejemplo 2. Cambio de plano horizontal

Al girar el diedro horizontal, la traza en el plano vertical no varía y la profundidad en el plano horizontal, tampoco.

Por eso los puntos a1, b1, c1 y d1 en el nuevo plano horizontal, se encuentran a la misma distancia a la línea de tierra (alejamiento). El punto e1 también se encuentra a la misma distancia horizontal elevado (cota). Por eso da la sensación de tridimensionalidad.

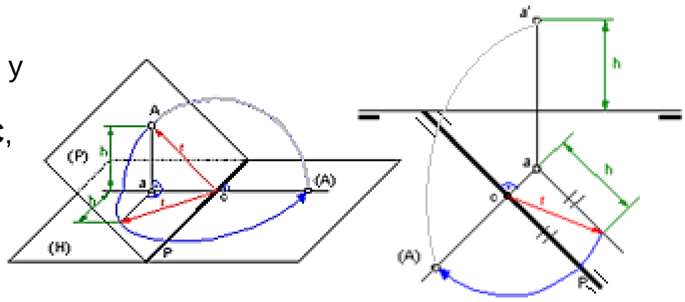


3. Abatimiento

Abatir es *tumbar* un plano sobre el otro plano. Consiste en pivotarlo alrededor de su traza, denominada charnela, hasta hacerlo coincidir con el otro.
Se usan generalmente, en el sistema diédrico, para obtener las verdaderas magnitudes.

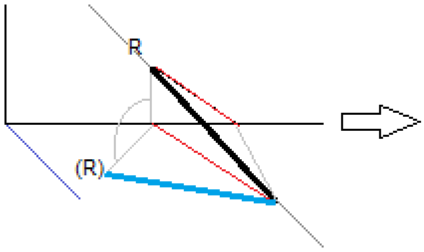
Abatimiento de un punto

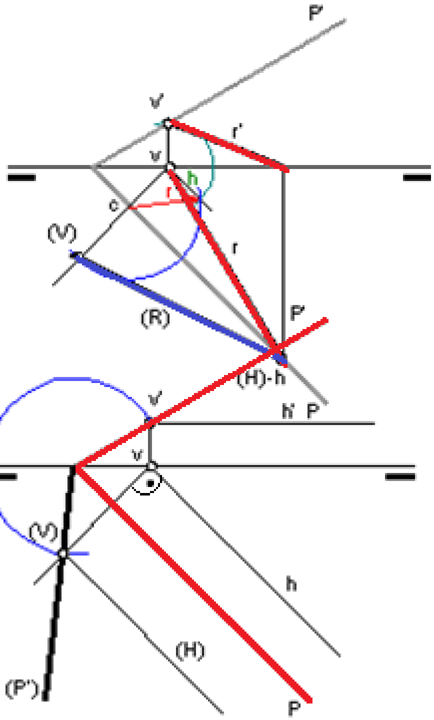
Se abate el plano que lo contiene.
Normalmente nos dan el punto de abatimiento **o** y marcamos la charnela **P** perpendicular a **oa**.
Trazamos un arco de circunferencia de radio **AC**, igual a la distancia del punto **A** a la charnela. P



Abatimiento de una recta

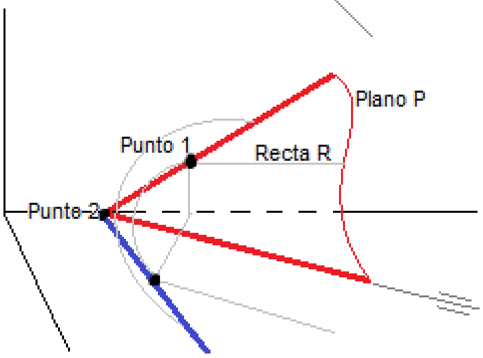
Basta con abatir dos de sus puntos. La traza vertical la abatimos y la traza horizontal no se mueve por estar contenida en la charnela

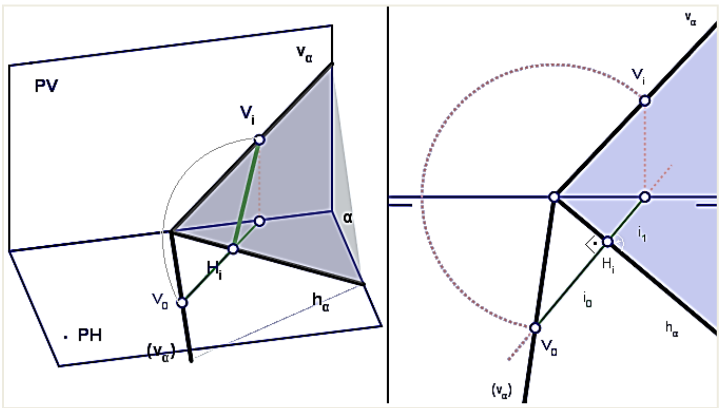




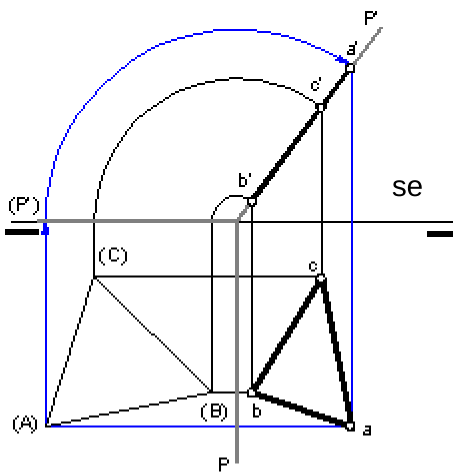
Abatimiento de un plano

Consiste en abatir la traza que no hace la función de charnela, puesto que ésta rota sobre sí misma.
Sólo tenemos que abatir dos puntos.
Si uno de ellos es el origen del plano, basta con abatir un punto cualquiera de la traza vertical.



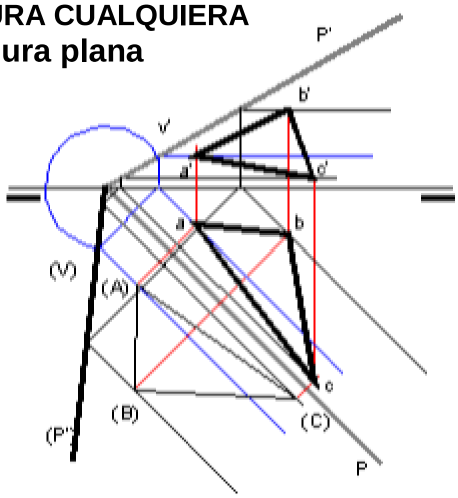


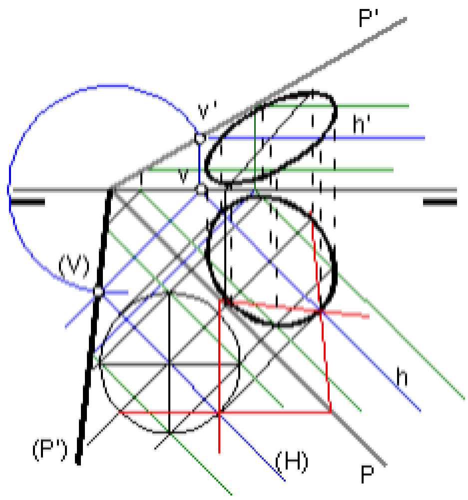
Si abatimos un plano de canto sobre el horizontal sus trazas se mantienen perpendiculares →



ABATIMIENTO DE UNA FIGURA CUALQUIERA
Representación de una figura plana

Para representar una figura plana contenida en un plano abatimos el plano y la construimos con las medidas reales sobre el plano abatido.





Abatimiento de un polígono

1.- Partimos de un pentágono irregular, de vértices ***1', 2', 3', 4', 5',*** apoyado en el plano horizontal.
2.- Hallamos la proyección vertical, ***1", 2", 3", 4", 5".*** del pentágono, aunque esta no es necesaria para obtener la verdadera magnitud**.** Lo hacemos por medio de horizontales de plano.
3.- Para hallar la verdadera magnitud de la figura, utilizaremos como charnela la traza ***α1***. Abatimos el la traza vertical ***α2*** del plano.
4.- Seguidamente abatimos las rectas horizontales de plano que pasan por los vértices del pentágono.
4.- Seguidamente abatimos las rectas horizontales de plano que pasan por los vértices del pentágono.
4.- Seguidamente abatimos las rectas horizontales de plano que pasan por los vértices del pentágono.

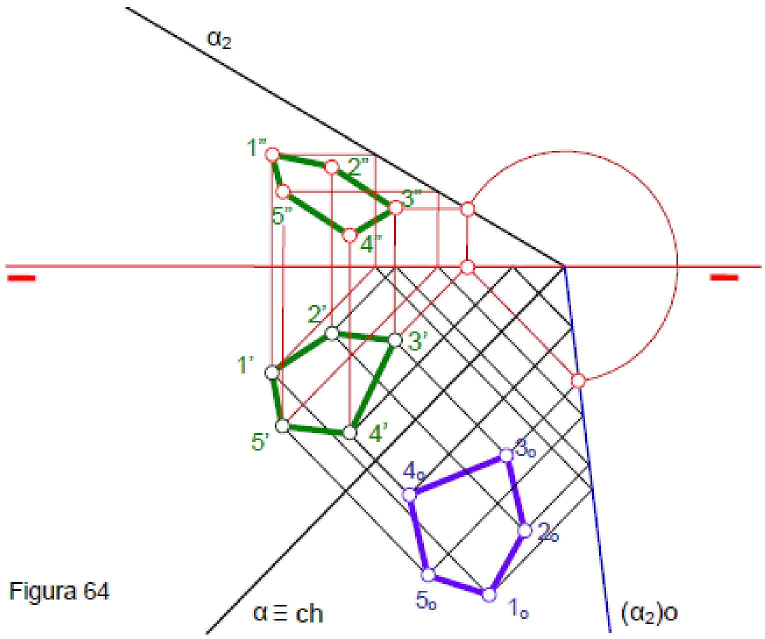


Figura 64

DADA UNA FORMA POLIGONAL *Ao, Bo, Co, Do*, DETERMINAR SU PROYECCIÓN HORIZONTAL Y VERTICAL

1. Hallaremos la traza vertical del plano ***α***.
2.- El punto ***A*** por encontrarse en la charnela es un punto doble, por lo tanto ***Ao ≡A'.***
3. Mediante horizontales de plano hallaremos el resto de los puntos.

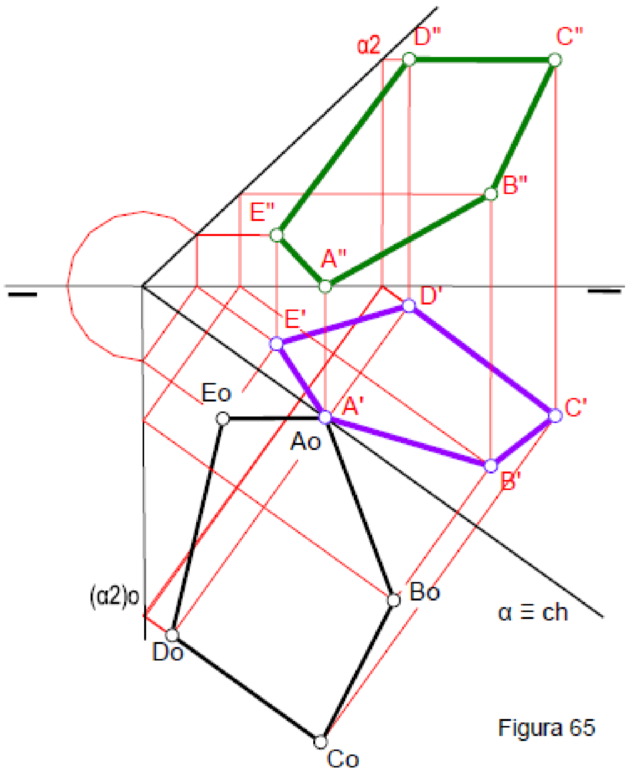
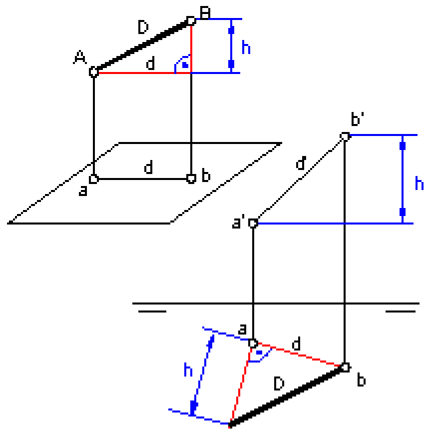


Figura 65

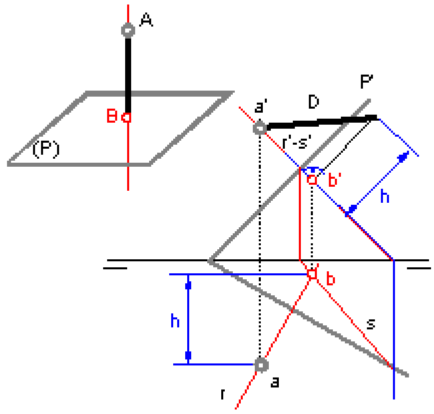
Distancias

Distancia entre dos puntos



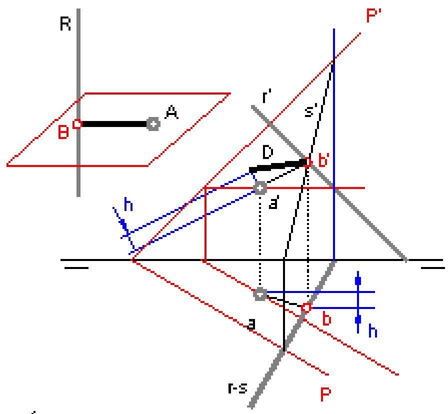
La distancia entre dos puntos es el segmento rectilíneo comprendido entre ambos.
La distancia en verdadera magnitud entre los puntos A y B es la hipotenusa de un triángulo rectángulo
Construimos dicho triángulo sobre el plano horizontal trazando una perpendicular desde a y obtenemos la verdadera magnitud del segmento AB que es el segmento D.

Distancia de un punto a un plano



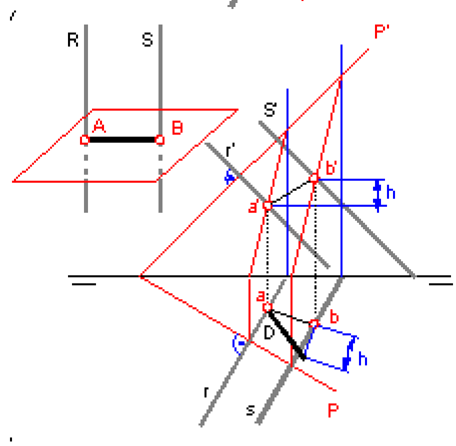
Es el segmento entre el punto y la perpendicular al plano.
Para determinar la distancia en el Sistema Diédrico de un punto ***A*** a un plano (***P***) dados, trazamos por A la recta R perpendicular al plano (P). Hallamos el punto ***B*** de intersección de la recta R con el plano. Una vez obtenido ***B*** construimos el triángulo rectángulo en el semiplano vertical trasladando la medida ***h***, para obtener la verdadera magnitud de la distancia (***D***).

Distancia de un punto a una recta



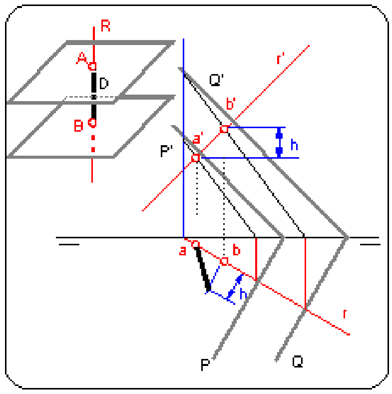
Si trazamos por el punto A un plano (P) perpendicular a la recta R y hallamos el punto B de intersección de la recta con el plano, obtenemos el segmento AB, mínima distancia entre R y A.

Distancia entre dos rectas paralelas



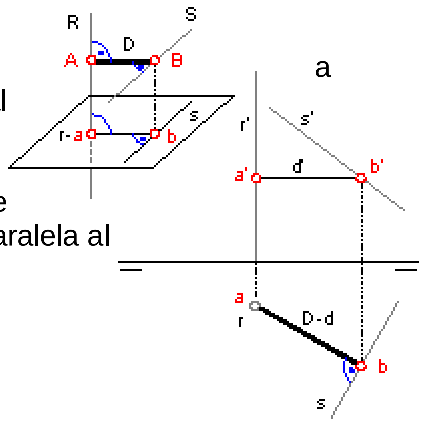
Trazamos el plano (P) perpendicular común a las rectas R y S. Las intersecciones del plano con las rectas son los puntos A y B que determinan el segmento mínima distancia entre las rectas.

Distancia entre dos planos paralelos



Trazamos una recta R perpendicular y común a los planos dados y hallamos los puntos de intersección que determinan la distancia entre los planos.

Distancia entre dos rectas que se cruzan siendo una de ellas perpendicular a uno de los planos de proyección

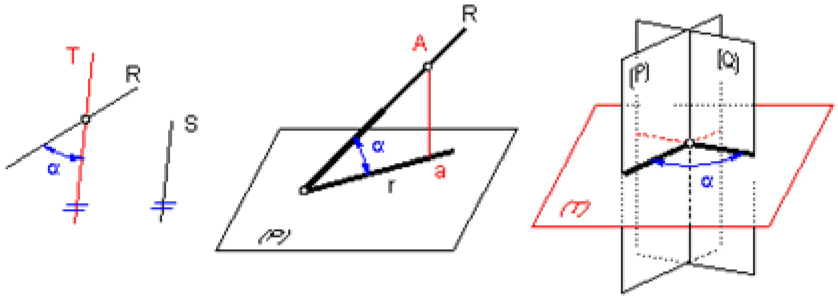


La distancia entre dos rectas que se cruzan es la perpendicular común ambas rectas. Si una de las rectas, por ejemplo la R, es perpendicular al plano horizontal de proyección, las perpendiculares a dicha recta son todas paralelas a dicho plano. En virtud del teorema de las tres perpendiculares, la perpendicular común y la recta S han de proyectarse perpendiculares sobre el plano horizontal, puesto que una de ellas es paralela al plano de proyección.

Ángulos

Para determinar el ángulo que forman dos rectas que se cruzan trazamos por un punto de una de ellas una paralela T a la otra.

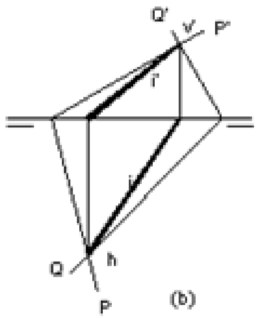
El ángulo que forma una recta con un plano es el que forma la recta con su proyección sobre dicho plano. Para determinar la proyección de una recta sobre un plano cualquiera, distinto a los de proyección, trazamos por un punto de la recta una perpendicular al plano y hallamos su intersección con él. Uniendo este punto con el punto I de intersección de la recta dada con el plano también dado obtenemos la proyección de R sobre (P).

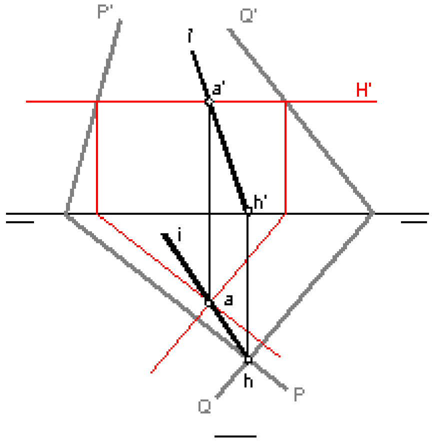


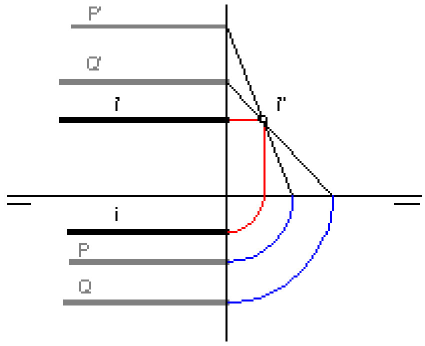
(a) (b) (c)

Posiciones relativas e intersecciones

Intersección entre planos: La intersección entre dos planos es una recta común a ambos.
Método: La recta de intersección pasa por sus trazas V y H.
Variante 1. Si sus trazas se cortan fuera de los límites del dibujo. Trazamos un plano horizontal H que corte las trazas verticales de los planos dados.
Variante 2: Si los planos son paralelos a la L.T. la intersección es una recta paralela a la línea de tierra.





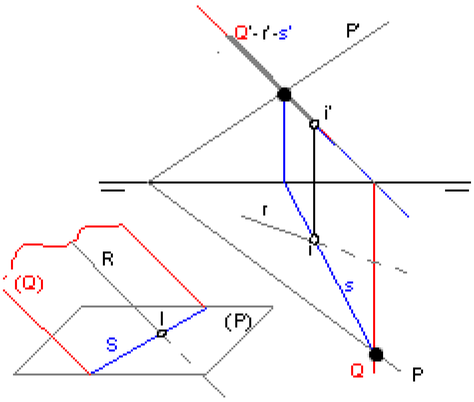


Intersección entre recta y un plano

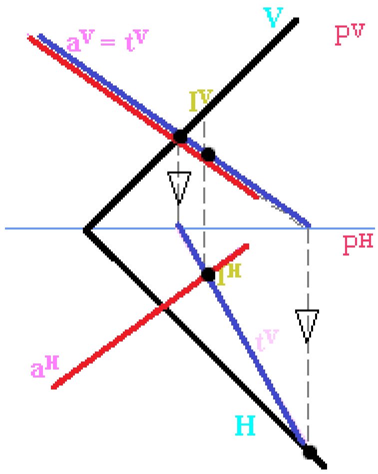
Método1: Contenemos la recta en un plano proyectante auxiliar (Q) (mejor de canto) que intersectará al plano en una recta cuya intersección con la recta original nos da el punto.

Método 2: Si el plano está definido por tres puntos, buscar una recta auxiliar que llamaremos recta tapada (t), que pertenezca al plano y coincida con la proyección vertical de la recta "a", (tv=av).
Se busca el punto de intersección entre la horizontal de la tapada (th) y corte a la proyección horizontal de la recta.

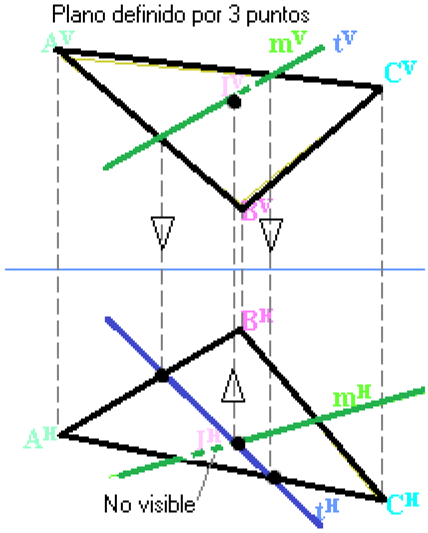
Método 1:



Método 2: Plano definido por sus trazas

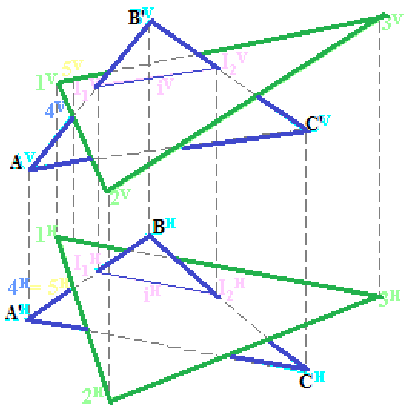


Plano definido por 3 puntos



Visibilidad:
En su proyección vertical: De dos puntos contenidos en la recta, es visible el que posee mayor vuelo (más cerca del observador)
En su proyección horizontal: Mismo procedimiento; visible el punto que tiene mayor cota vertical.

Ejercicio intersección y visibilidad entre planos:



Tema 2. Poliedros regulares

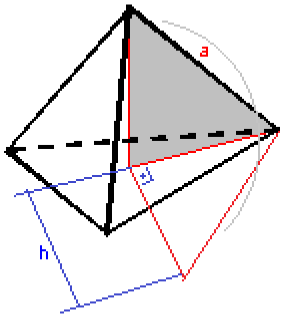
Son aquellos cuerpos geométricos que tienen caras, aristas y ángulos iguales.

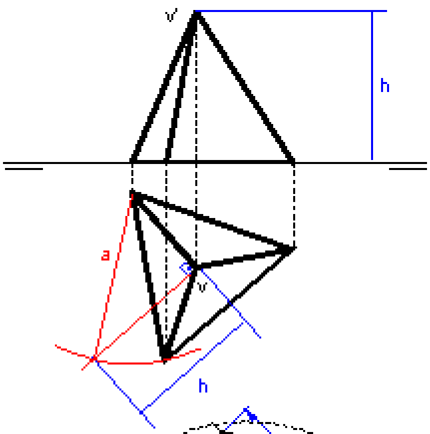
Tetraedro:

Tiene cuatro caras que son triángulos equiláteros y seis aristas.
Apoyado por una de sus caras sobre a uno de los planos de proyección, se proyecta en verdadera magnitud.

<u>Hallar la altura, dada su arista:</u>

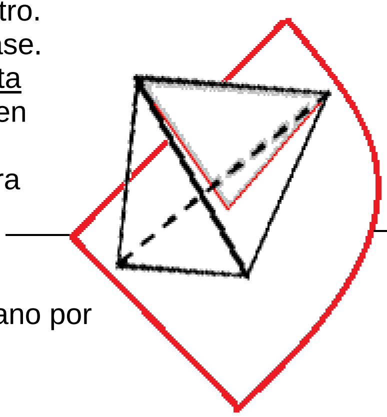
Tomar la altura h en el suelo abatiendo (tumbando) el triángulo rectángulo gris → Con la medida de la arista a intersectar con la perpendicular que viene del centro. Su cota horizontal es el centro de la base.

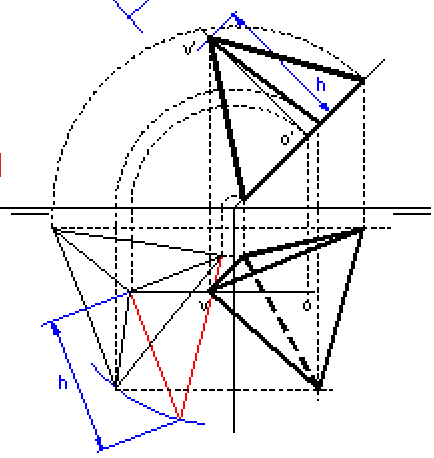




<u>Tetraedro apoyado en un plano dada arista</u>

1. Se abate el plano y se dibuja la base en verdadera magnitud.
2. Se desabate el plano. Se toma la altura desde una perpendicular a una arista desde el centro en su horizontal y se traslada a la proyec. vertical perpendicular a la traza del plano por estar en verdadera magnitud.





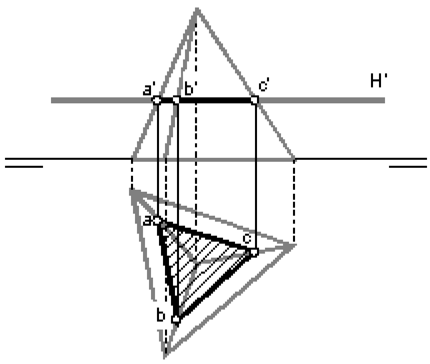
Secciones.

Intersección con un plano

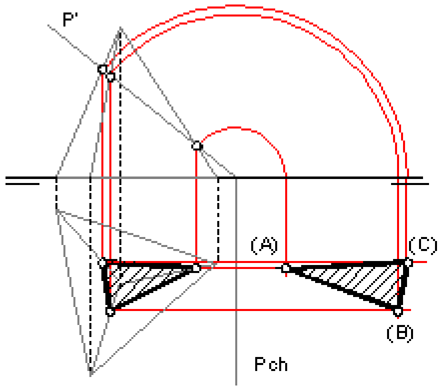
<u>Sección horizontal:</u>

Se halla la intersección del plano con cada una de las aristas.
La proyección vertical es un segmento contenido en la traza y la horizontal estará en verdadera magnitud.

Sección con plano horizontal



Sección con plano de canto

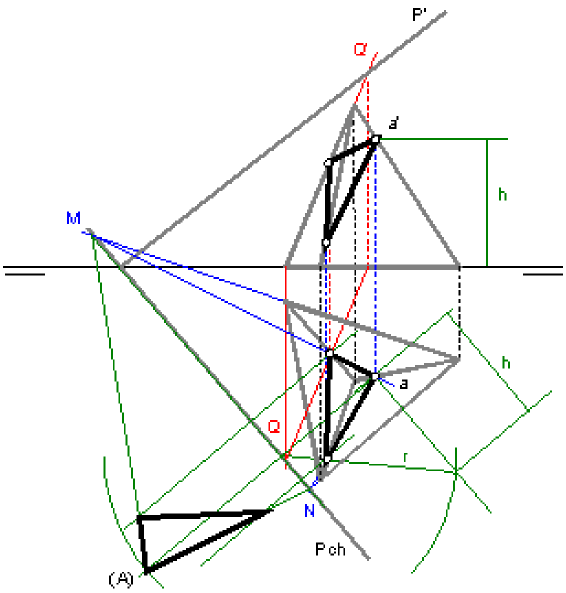


<u>Sección con plano de canto:</u>

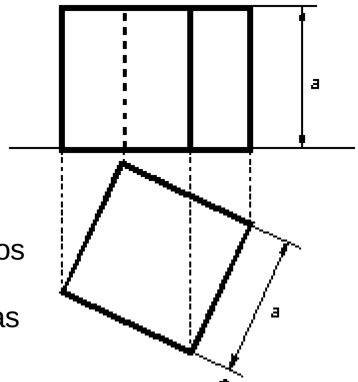
La proyección vertical de la sección sigue siendo un segmento, y para hallar su verdadera magnitud es necesario abatirla.

<u>Sección con plano oblicuo:</u>

Se suele hacer primero un *cambio de plano* para convertir el plano oblicuo en un plano de canto (o proyectante vertical porque es perpendicular al vertical).
Luego se *abate* el plano de canto para tumbarlo y medir su sección en verdadera magnitud.

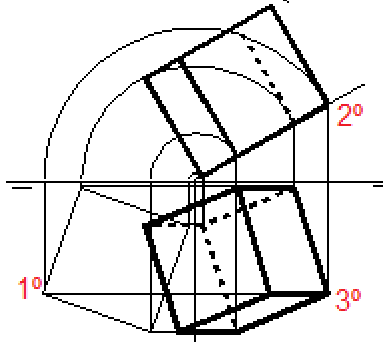


Hexaedro: Seis caras cuadradas, doce aristas y ocho vértices.

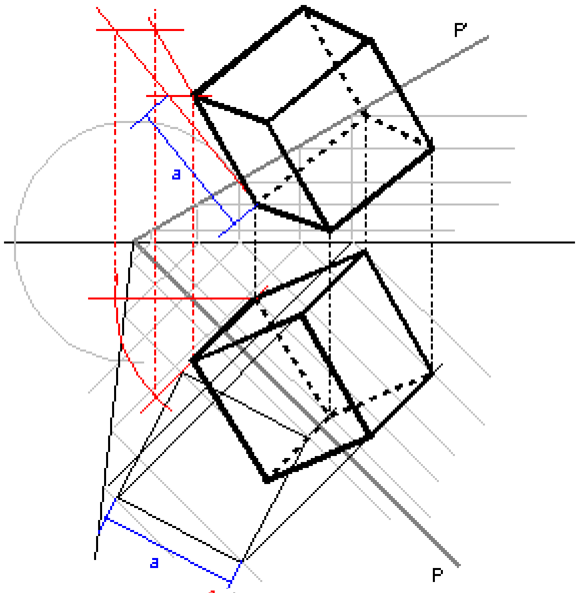


1.- Representación con una cara en el plano horizontal:
(Dado el valor de la arista ***a***)

1º Dibujamos la cara base como un cuadrado de lado igual a la arista del cubo.
2º En la proyección vertical dibujaremos las dos caras horizontales como dos segmentos paralelos a la L.T. de distancia y altura igual a la arista.
3º Para dibujar las caras verticales, hacer coincidir los vértices con las aristas verticales.



2.- Representación apoyado en un plano vertical:
1º Se abate primero el plano sobre el horizontal y se dibuja la cara en verdadera magnitud.
2º Se des-abate llevando las líneas de las aristas y se dibujan las trazas verticales perpendiculares al plano y altura la de una de ellas.
3º Se dibujan las trazas horizontales buscando los vértices que son las intersecciones de la proyec. Vertical con el cuadrado abatido.

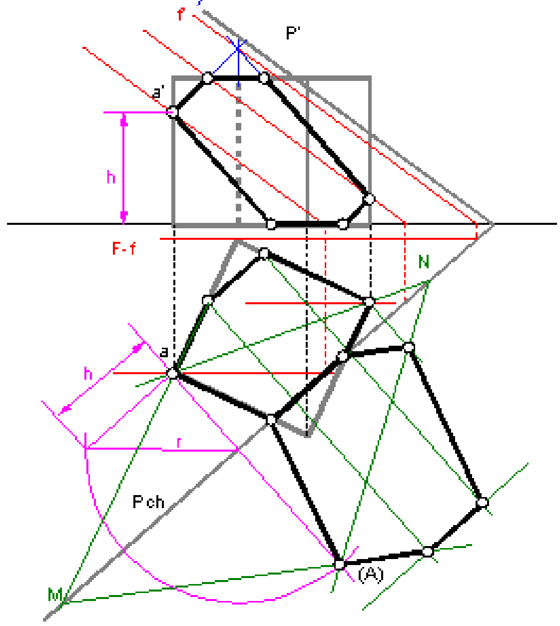


3.- Representación apoyado en un plano oblicuo:

1º Abatimos el plano oblicuo para dibujar la cara en verdadera magnitud.
2º Desabatimos la cara y levantamos perpendiculares.
3º Para obtener las medidas en proyección de las aristas perpendiculares a la base, realizamos el giro de una cualquiera de ellas para situarla paralela a uno de los planos de proyección. Una vez obtenida y sabiendo que el paralelismo es un invariante de la proyección cilíndrica, trazamos la cara paralela a la base.

Sección

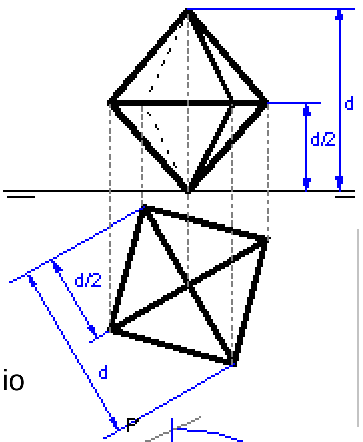
Con un plano proyectante v o de canto: Se procede como el tetraedro. Para hallar su verdadera magnitud es necesario abatirla.



Con un plano oblicuo: contener las aristas verticales en planos frontales, los cuales cortan al plano oblicuo según rectas frontales. Las intersecciones de estas rectas con las aristas verticales son los vértices de la sección. En la figura, una de las rectas frontales corta a la arista en su prolongación, fuera del sólido, en este caso se une el punto de intersección con los vértices contiguos de la sección para obtener los vértices correspondientes en la cara opuesta a la base.
La verdadera magnitud de la sección se obtiene por afinidad.

Octaedro: Ocho caras triangulares

<u>Representación apoyado en el plano horizontal</u>:
(Dado el valor de la arista ***a***)

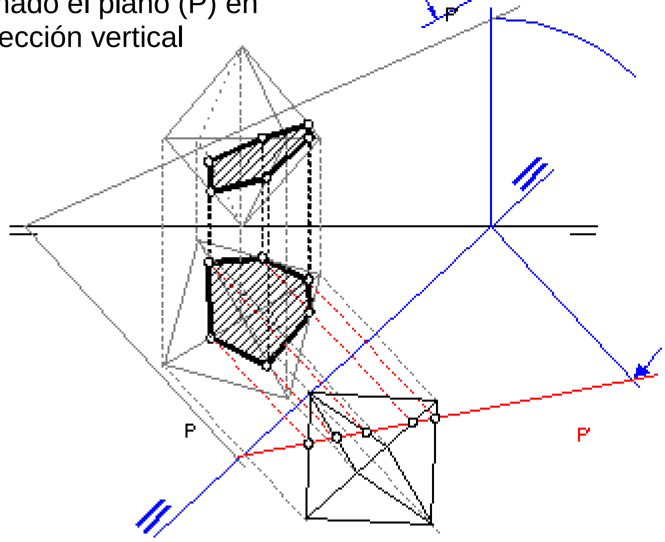


Apoyado por un vértice y su diagonal perpendicular al plano horizontal.

1º Se dibuja el contorno que es un cuadrado de lado igual a la arista en verdadera magnitud.

2º Para dibujar su proyec. vertical, obtenemos la altura como la diagonal del cuadrado horizontal y los vértices medios están a una distancia igual a d/2.

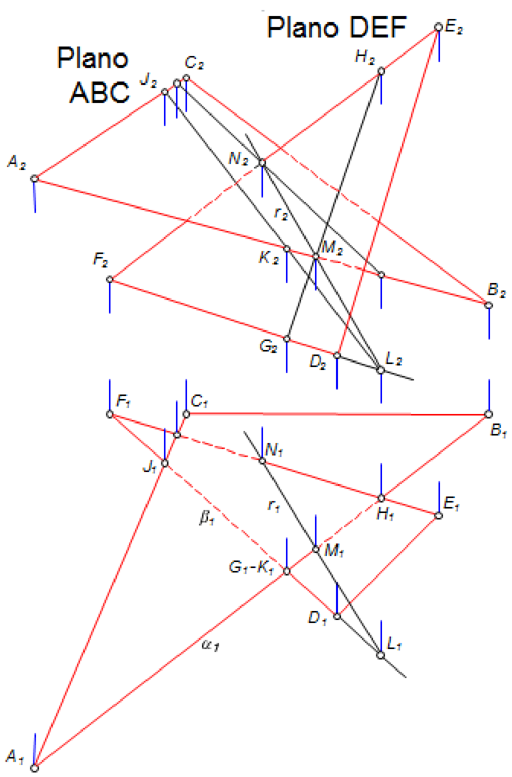
Sección:
Si el plano secante es oblicuo, se puede trasformar en proyectante por medio de un cambio de plano. En la figura se ha transformado el plano (P) en proyectante vertical y se ha obtenido la nueva proyección vertical de octaedro para obtener la sección.



Movimientos compuestos: Sección de un cuerpo con un plano oblicuo.
Se suele hacer primero un *cambio de plano* para convertir el plano oblicuo en un plano de canto (o proyectante vertical porque es perpendicular al vertical). Luego se *abate* el plano de canto para tumbarlo medir su sección en verdadera magnitud.

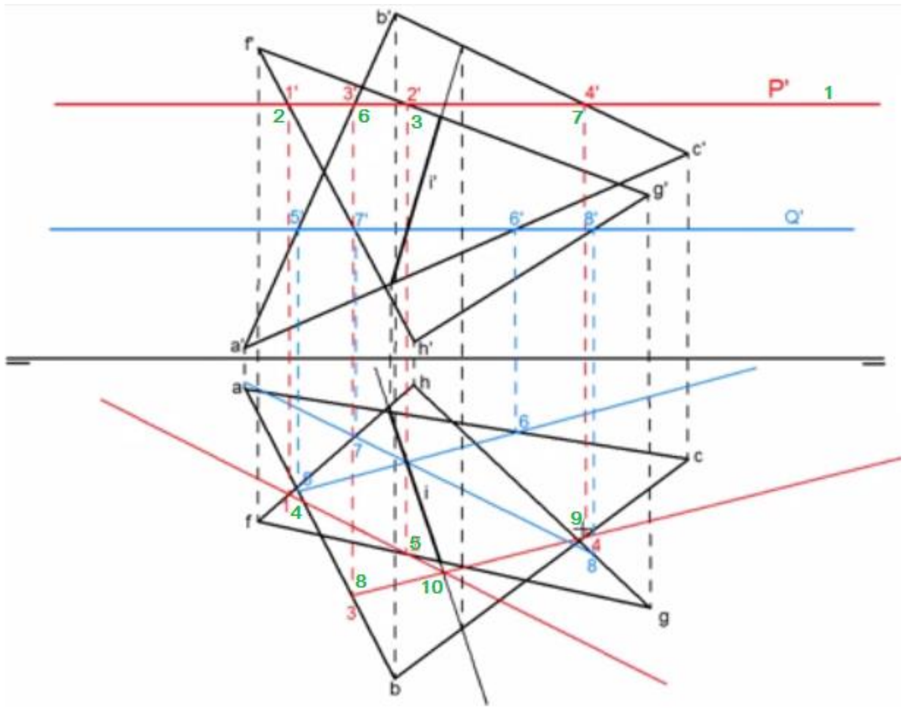
1. Intersección de dos planos definidos por tres puntos por el método de los planos proyectantes:

Tomar una recta de cada plano y hallar la intersección con el otro plano
Hallar el punto M de intersección de recta A-B con plano DEF
Hallar el punto L de intersección de recta D-F con el plano ABC
La recta r determinada por los puntos LM es la intersección de ambos planos



2 Intersección de dos planos definidos por tres puntos por el método de los planos paralelos.

Color verde: nº de órden.
1: En la vertical trazamos un plano horizontal P
2 y 3: Corte con el triangulo FGH
4 y 5: Bajamos la recta de intersección a la horizontal con FGH.
6 y 7: Corte con el triangulo ABC
8 y 9: Bajamos su rectas de intersección a la horizontal con ABC
10: La intersección de las rectas nos da el primer punto de la recta de corte.
Repetimos la operación con un segundo plano Q que nos dará en su horizontal el segundo punto de intersección por donde pasará la recta de corte.

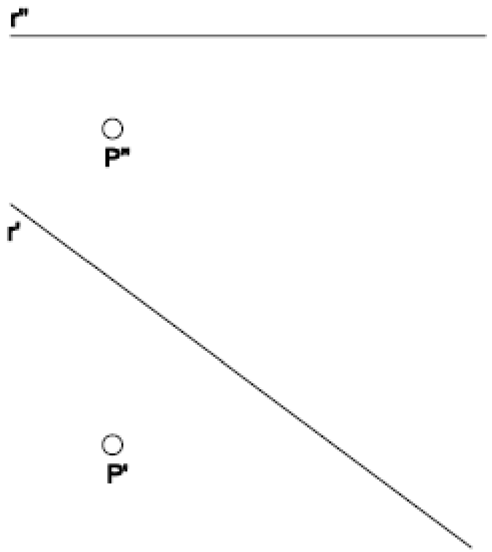


Exercicis:

EXERCICI 1

DISTÀNCIA ENTRE RECTA I PUNT.

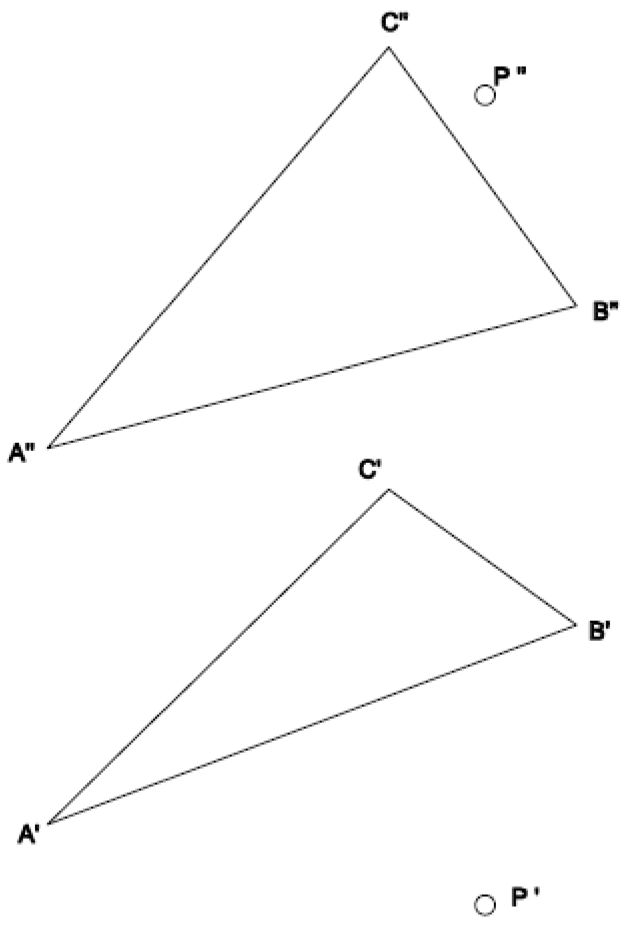
Determina la veritable magnitud de la mínima distància entre el punt (P) i la recra (r).



EXERCICI 2

DISTÀNCIA ENTRE PUNT I PLA.

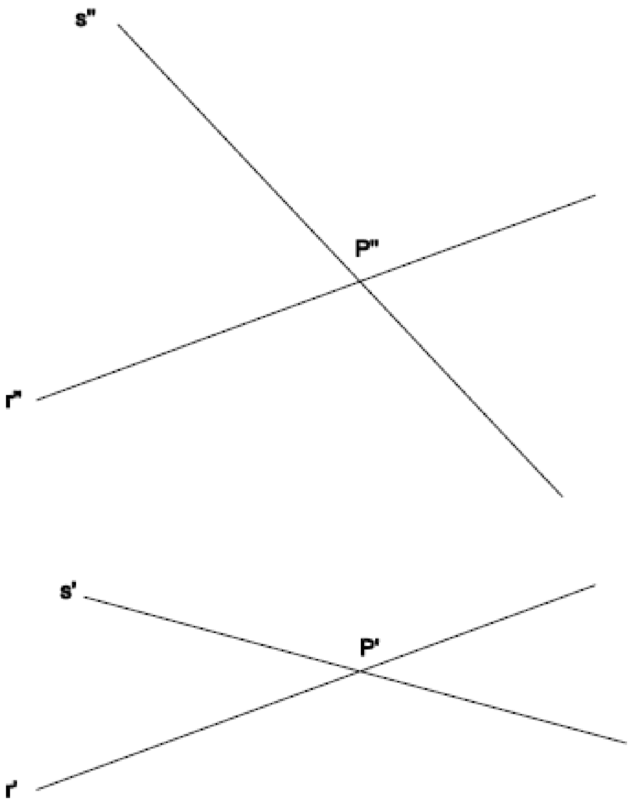
Determina la veritable magnitud i les projeccions de la mínima distància entre el punt (P) i el pla del triangle.



EXERCICI 3

ANGLES

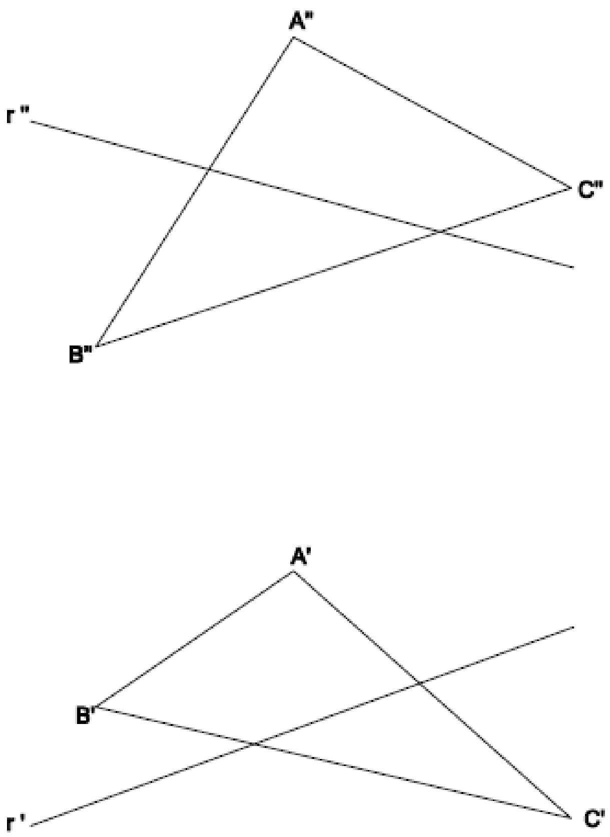
Determina la veritable magnitud de l'angle format per dues rectes (r) i (s) que es tallen en (P).



EXERCICI 4

ANGLES

Determina la veritable magnitud de l'angle format per la recta (r) amb el pla, donades les seves projeccions.

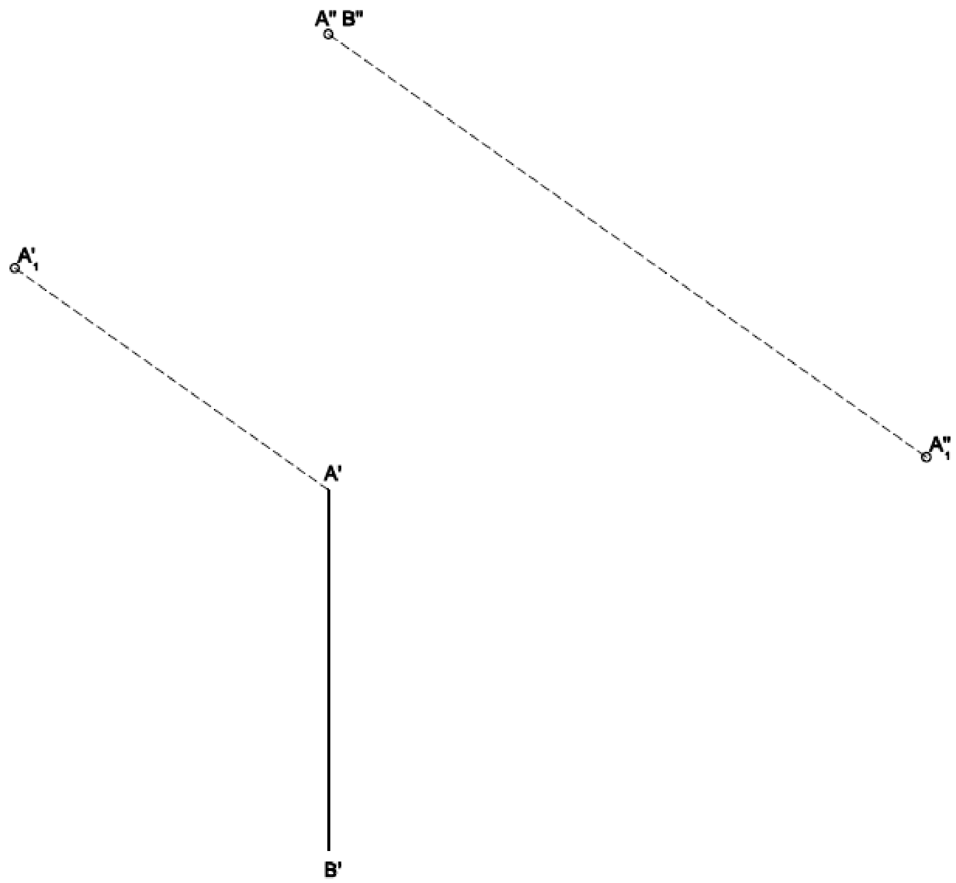


EXERCICI 1

TETRAEDRE REGULAR.

Dibuixa les projeccions d'un tetraedre regular amb una de les arestes recolzada sobre el pla horitzontal.
El segment B"A"-A'B' és la projecció dièdrica de l'aresta d'un tetraedre regular que té l'aresta oposada en posició horitzontal.

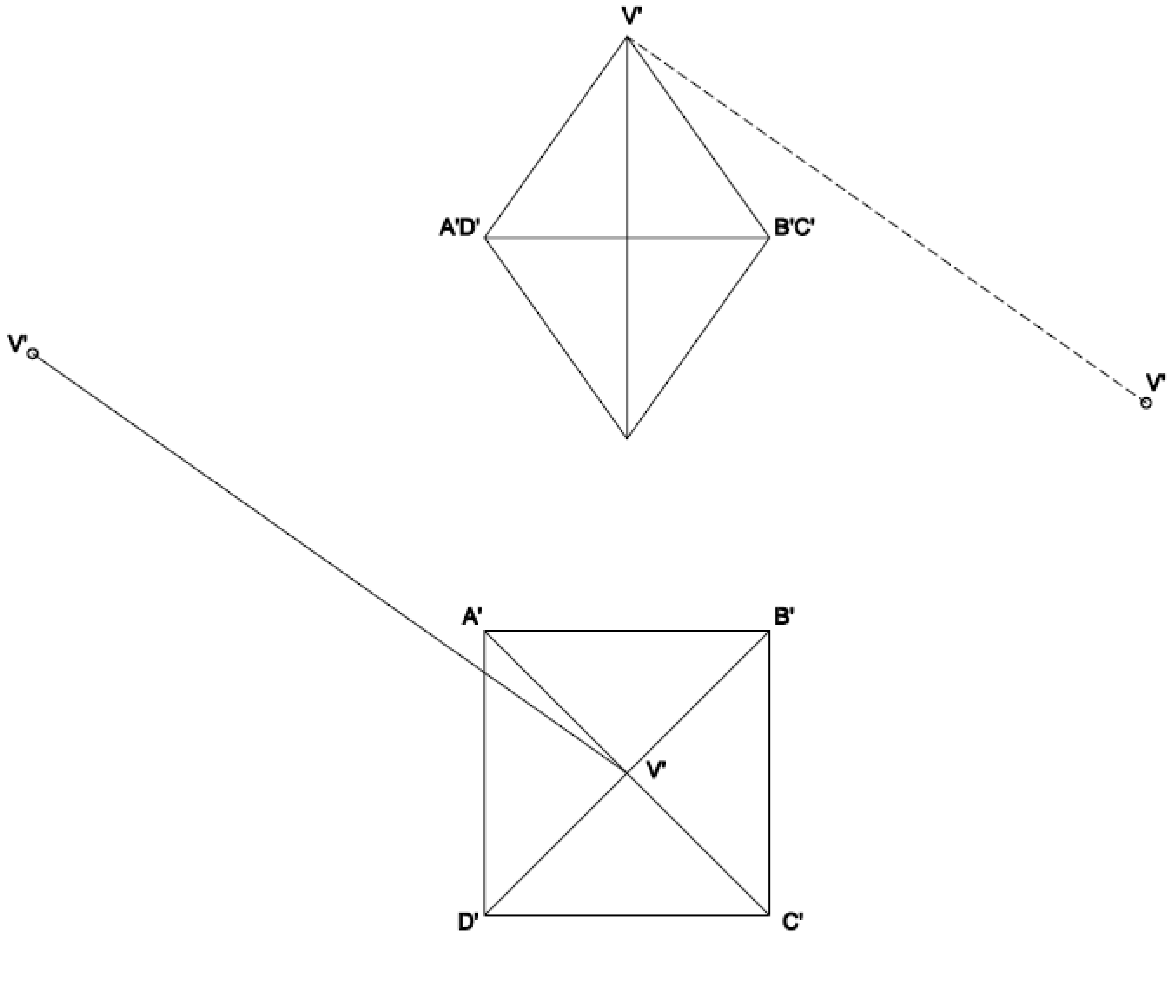
1. Dibuixa les projeccions horitzontal i vertical, i indica amb valor de línia les arestes (vistos i ocults).
2. Dibuixa la nova projecció vertical en la direcció A1".
3. Dibuixa el canvi de pla de la nova projecció horitzontal indicat per la direcció A1'.



EXERCICI 2

OCTAEDRE REGULAR.

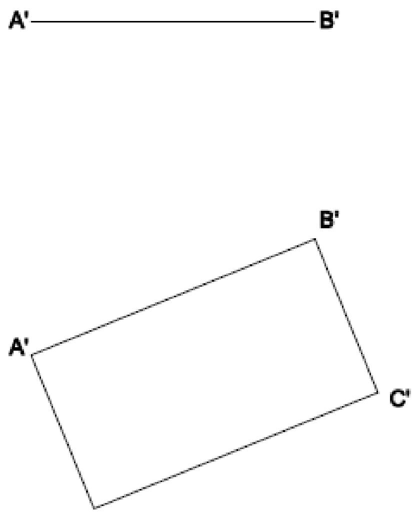
1. Dibuixa, amb la visibilitat corresponent (vistos i ocults), la nova projecció definida per la correlació V'-V1" (canvi de pla vertical).
2. Dibuixa, amb la visibilitat corresponent (vistos i ocults), la nova projecció definida per la correlació V"-V1' (canvi de pla horitzontal).



EXERCICI 3

OCTAEDRE REGULAR.

El rectangle A'B'C'D' és la projecció horitzontal d'un quadrat i A"B", la projecció vertical del seu costat de menor altura.
1. Completa la projecció vertical del quadrat.
2. Dibuixa en totes dues projeccions, amb les visibilitats corresponents (vistos i ocults), l'octaedre regular que té per arestes els costats del quadrat esmentat.



EXERCICI 4

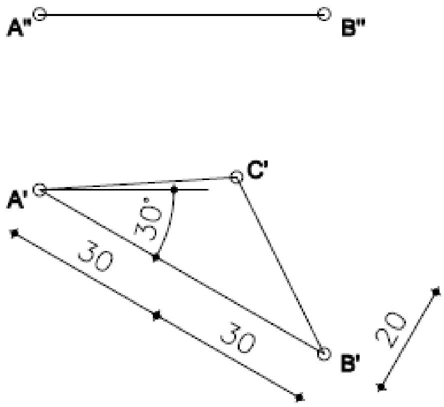
HEXAEDRE REGULAR.

Dibuixa, en sistema dièdric, un hexaedre regular amb les diagonals de 10cm.

EXERCICI 1

PIRÀMIDE REGULAR.

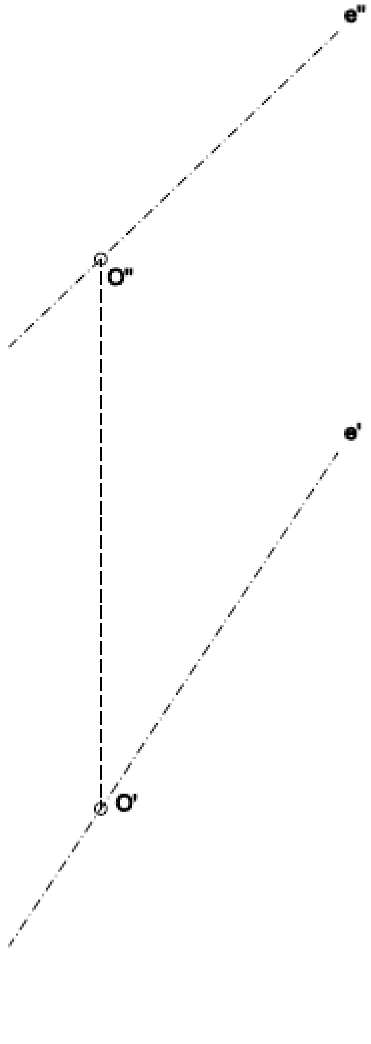
Dibuixa les projeccions d'una PIRÀMIDE TRIANGULAR REGULAR, donades la projecció horitzontal de la base (A'B'C') i la projecció vertical d'un dels costats de la base (A"B"), de manera que l'altura de la piràmide sigui 4,5 cm., situant el vèrtex per sobre de la base (ABC).



EXERCICI 2

CILINDRE.

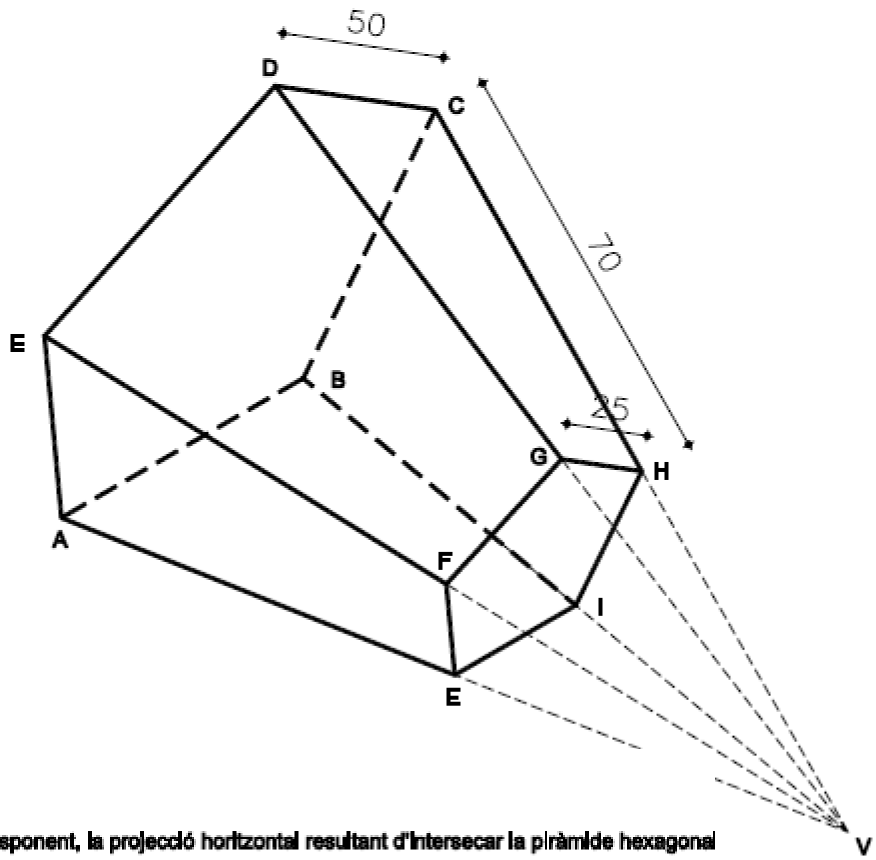
La recta (e'-e") és l'eix d'un cilindre de revolució, amb centre d'una de les seves bases en el punt (O) donat. Dibuixa les projeccions del cilindre corresponent amb radi 2,7 cm. per a les circumferències de les bases i 4,5 cm. d'altura.



EXERCICI 3

PIRÀMIDE RECTA.

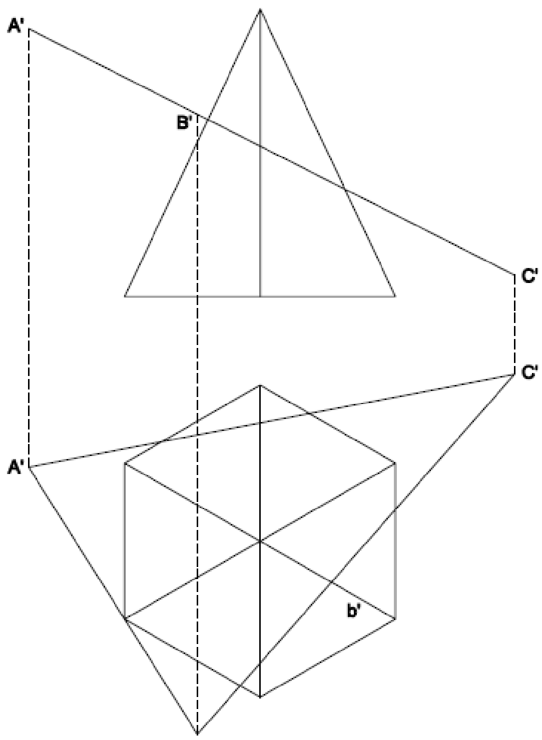
Representeu el tronc de PIRÀMIDE RECTA DE BASE PENTAGONAL REGULAR (cotes en mil·límetres).
1. En sistema dièdric, amb una cara lateral recolzada sobre el pla horitzontal de projecció.
2. En perspectiva isomètrica, agafant coma pla XY l'horitzontal del dièdric.



EXERCICI 2

SECCIÓ PLANA DE PIRÀMIDE.

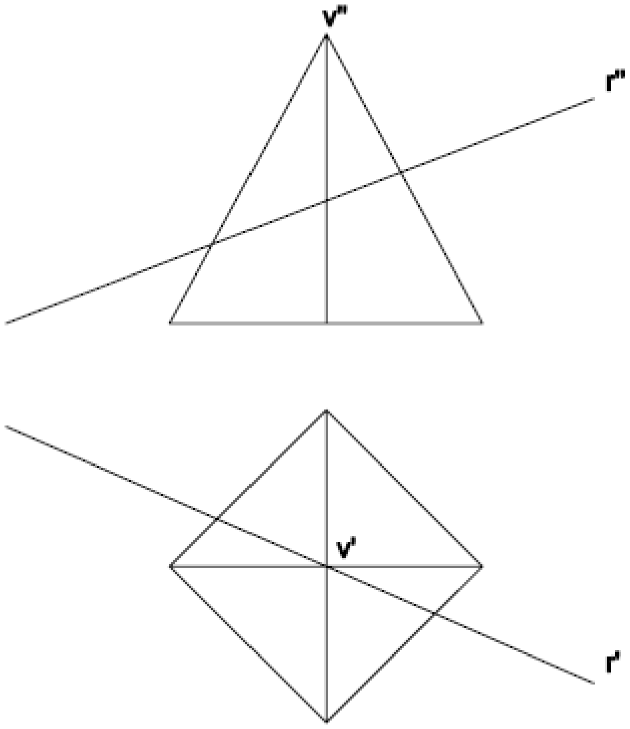
Determina, amb la visibilitat corresponent, la projecció horitzontal resultant d'intersecar la piràmide hexagonal i el pla opac.



EXERCICI 3

INTERSECCIÓ DE RECTA I PIRÀMIDE.

Pel mètode de la CONTRAPROJECCIÓ, determina el punt d'intersecció de la recta amb la piràmide i estudia'n la visibilitat.



EXERCICI 4

INTERSECCIÓ DE RECTA I CILINDRE.

Pel mètode de la CONTRAPROJECCIÓ, determina el punt d'intersecció de la recta amb el cilindre i estudia'n la visibilitat.