

**Movimiento rectilíneo:**

**MRU (Moviment Rectilini Unif.):**

• Velocitat:  $v = \Delta x / \Delta t \rightarrow$  Posició:  $x = x_0 + v_0 \cdot \Delta t$

**MRUA (Moviment Rectilini Uniformement Accelerat):**

• Velocitat:  $v = \Delta x / \Delta t \rightarrow$  Posició:  $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

• Acceleració:  $a = \Delta v / \Delta t \rightarrow v_f = v_0 + a \cdot t$

- Si es caída libre:  $a = g \rightarrow y = y_0 \pm v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$
- Si parte del origen de coordenadas:  $x_0 = 0 \rightarrow x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
- Si el móvil parte del reposo:  $v_0 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 - v_f = a \cdot t$
- Si el movimiento es uniforme MRU:  $a = 0 \rightarrow x = v \cdot t$

**Movimiento circular:**

**MCU (Mov. Circular Uniforme):** Pos. angle:  $\phi = \phi_0 + \omega \cdot t \rightarrow$  vel. angular:  $\omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$   
 $v = \omega \cdot r ; T = 2\pi f$

**MCUA (Mov. Circular Unif. Accelerat):** Pos. angle:  $\phi = \phi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \rightarrow$  ac. angular:  $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$   
 acel. Normal:  $a_n = v^2 / r$   
 acel. Tangencial  $a_t = \alpha \cdot r$   $a_n = \frac{v^2}{R}$   
 acel. Total:  $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$

**Movimientos parabólico.**

Tiro horizontal		Tiro oblicuo	
Eje X:	Eje Y	Eje X:	Eje Y
$v_x = v_0 = \text{cte.}$	$v_y = gt$	$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$	$v_y = v_{0y} + gt = v_0 \sin \alpha + gt$
$x = x_0 + v_x t$	$y = y_0 + 1/2 g t^2$	$x = x_0 + v_x t = x_0 + (v_0 \cos \alpha) t$	$y = y_0 + v_{0y} t + 1/2 g t^2 = y_0 + (v_0 \sin \alpha) t + 1/2 g t^2$

**Instantáneas:** Vel instantánea:  $v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$  Acel. Instantánea:  $a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$

**Composición de movimientos**

- a) Si ambos son perpendiculares:  $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$   $m = \text{tg } \alpha = y/x$
- b) Si forman un ángulo:  $V_i = v_1 \cdot \cos \beta + v_2$   $V_j = v_1 \cdot \sin \beta + 0$

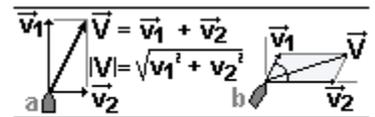


Figura de ejemplo: El objeto se desplaza por un fluido en movimiento.

**Ejercicios:**

**1.- Ejercicios MRU:**

1. La velocidad del sonido , 340m/s se toma como unidad de velocidad de los aviones y se llama " MACH". Un avión es supersónico cuando su velocidad es superior a un MACH . Si un avión vuela a 700 Km/h ¿ es supersónico ?
2. Salou y Tarragona distan 12 km por una carretera. Si un ciclista viaja de un pueblo al otro con una velocidad constante de 10 m/s. Calcula el tiempo que empleará.
3. Luisa sale de su casa y recorre en línea recta los 200 metros que la separan de la panadería a una velocidad constante de 2 m/s . Permanece en la tienda durante 2 minutos y regresa a casa a una velocidad constante de 4 m/s a)¿ cuál ha sido el desplazamiento ? b)¿ qué espacio ha recorrido ?
4. Dos vehículos salen al encuentro desde dos ciudades separadas por 300 km, con velocidades de 72 km/h y 108 km/h, respectivamente. Si salen a la vez responde a las siguientes preguntas: a) El tiempo que tardan en encontrarse. b) La posición donde se encuentran. Sol.: 1,67 h 120 km del primero
5. Dos vehículos salen al encuentro desde dos ciudades separadas por 200 km, con velocidades de 72 km/h y 90 km/h, respectivamente. Si el que circula a 90 km/h sale media hora más tarde, responde a las siguientes preguntas: a) El tiempo que tardan en encontrarse. b) La posición donde se encuentran. Sol.: 1,5 h 108,9 km
6. Un coche sale a la fuga desde Tarragona con una velocidad de 90 km/h. Dos horas más tarde sale de la misma ciudad otro coche en persecución del anterior con una velocidad de 120 km/h calcula : a) El tiempo que tarda en alcanzarlo. b) La posición donde lo coge.

**2.- Ejercicios MRUA:**

- 1- Un fórmula 1 que parte del reposo alcanza una velocidad de 216 km/h en 10 s. Calcula su aceleración.  $s: 6 \text{ m/s}^2$
- 2- Una locomotora necesita 10 s. para alcanzar su velocidad normal que es 25m/s. Suponiendo que su movimiento es uniformemente acelerado ¿Qué aceleración se le ha comunicado y qué espacio ha recorrido antes de alcanzar la velocidad regular?  $\text{Sol.: } 2,5 \text{ m/s}^2; 125 \text{ m}$
- 3- Un cuerpo posee una velocidad inicial de 12 m/s y una aceleración de 2 m/s<sup>2</sup> ¿Cuánto tiempo tardará en adquirir una velocidad de 144 Km/h?
- 4- Un tren que va a 30 m/s debe reducir su velocidad a 20 m/s. al pasar por un puente. Si realiza la operación en 5 segundos, ¿Qué espacio ha recorrido en ese tiempo?  $\text{Sol.: } 125 \text{ m}$
- 5- Un avión despegue de la pista de un aeropuerto, con una velocidad de 144 Km/h después de recorrer 1000 m de la misma, si partió del reposo. Calcular a) la aceleración durante ese trayecto. b) El tiempo que ha tardado en despegar c) La distancia recorrida en tierra en el último segundo.  $\text{Sol.: a) } 0,8 \text{ m/s}^2 \text{ b) } 50 \text{ s c) } 39,6 \text{ m}$
- 6.- Una persona está a punto de perder un tren. En un desesperado intento, corre a una velocidad constante de 6 m/s. Cuando está a 32 m de la última puerta del vagón de cola, el tren arranca con una aceleración constante de 0,5 m/s<sup>2</sup>. ¿Logrará nuestro viajero aprovechar su billete?
- 7.- Un coche circula por una carretera recta a una velocidad de 8 m/s y para adelantar, coge una aceleración constante y en 4 seg. su velocidad aumenta hasta 72 Km/h. a) Calcula su aceleración b) Calcula el espacio recorrido en este tiempo c) Determina la posición y la velocidad del coche cuando han pasado 2,5 s. Haz una gráfica x-t y v-t para comprobarlo.  $\text{Sol: a) } a=3 \text{ m/s}^2 \text{ b) } s=56 \text{ m c) } x = 29,375 \text{ m } v = 15,5 \text{ m/s}$

**3.- Ejercicios caída vertical**

- V-1.-Un niño arroja una pelota hacia arriba con una velocidad de 15 m/s. Calcular: a) la altura máxima que alcanza la pelota b) el tiempo que tarda en volver a las manos del niño
- V-2.-Se arroja verticalmente hacia arriba una flecha con una velocidad de 50 m/s. Calcule: a) su velocidad a los 3 segundos. b) La altura alcanzada en esos 3 segundos c) velocidad y altura a los 7 segundos
- V-3.- Se deja caer una maceta, desde lo alto de un edificio de 20 metros de altura sobre la cabeza de un hombre que mide 1,80 m. Calcule: a) tiempo que tarda en golpearle en la cabeza b) Velocidad con que golpea.
- V-4. Se arroja verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad de 20 m/s , desde lo alto de un edificio de 10 metros de altura Calcule: a) la altura máxima que alcanza la pelota b) Velocidad con que llega al suelo
- V-5. Se lanza una pelota hacia arriba y se recoge a los 4 s, calcular: a) ¿Con qué velocidad fue lanzada?. ) ¿Qué altura alcanzó?.  $\text{Sol: } 19,6 \text{ m}$
- V-6. Se arroja verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad de 20 m/s , desde lo alto de un edificio de 10 metros de altura Calcule: a) la altura máxima que alcanza la pelota b) Velocidad con que llega al suelo
- V-7. Se lanza hacia arriba una flecha y al cabo de 2 s está a 40 metros de altura. Calcula a) la velocidad inicial b) la altura máxima a la que llegará.
- Pistas: a)  $40 = v_0 \cdot 2 - \frac{1}{2} 9,8 \cdot 2^2 \rightarrow v_0 = 29,8 \text{ m/s}$  b)  $y = 29,8t - 4,9t^2 = 45,3 \text{ m}$
- V-8 Un globo asciende con una velocidad constante de 5 m/s . Cuando se encuentra a 200 m de altura se cae un lastre. Calcula: a) el tiempo que emplea el lastre en llegar al suelo b) Velocidad con que llega al suelo
- $\text{Sol.: a) } 6,92 \text{ s b) } -62,98 \text{ m/s}$
- V-9. Se deja caer una pelota desde 80 metros de altura. En ese mismo instante una segunda pelota se lanza desde el suelo verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 40 m/s. a) Determinar el tiempo en el que se encuentran la dos pelotas b) Qué velocidad tendrá cada una en ese momento? c) a qué altura se encuentran ?
- V-10. Dos proyectiles se lanzan verticalmente hacia arriba con dos segundos de intervalo, el primero con una velocidad inicial de 60 m/s el segundo con velocidad inicial de 90 m/s. a) Cual será el tiempo transcurrido hasta que los dos se encuentren? b) A qué altura sucederá? C) Qué velocidad tendrá cada uno en ese momento?

**4.- Ejercicios mov. circular**

**Ejercicio C-1** Un punto describe una trayectoria circular de 30 cm de radio tardando 3,52 s en dar cinco vueltas. Calcular:

- a) La velocidad angular en r.p.m y en rad/s
- b) El periodo y la frecuencia del movimiento
- c) El ángulo girado al cabo de 0,85 s de iniciado el movimiento.
- d) Su aceleración centrípeta

**Pistas:**

$$\omega = \frac{5 \text{ vueltas}}{3,52 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 2,84 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 2,84 \pi \text{ s}^{-1} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,704 \text{ s}} = 1,420 \text{ s}^{-1} = 1,420 \text{ Hz}$$

$$\varphi = \omega \cdot t = \approx 7,58 \text{ rad} \quad a_n = \omega^2 R = (2,84 \pi)^2 (\text{s}^{-1})^2 0,30 \text{ m} = 23,88 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

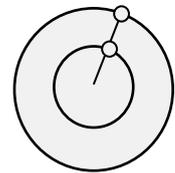
**Ejercicio C-2.** En el laboratorio se estudia el movimiento de un disco, de radio 10 cm, que gira con velocidad constante, midiéndose el tiempo que tarda en dar cinco vueltas. Los valores obtenidos se dan en la tabla adjunta.

Medida	t (s) . Cinco vueltas
1	4,252
2	4,305
3	4,221
4	4,214
5	4,296

- a) Calcular la velocidad angular del disco.
- b) Determinar la velocidad lineal de un punto de su periferia y de otro situado a 3 cm del centro.
- c) ¿Cuánto tardará en girar 120°?

**Pistas:**  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,852 \text{ s}} = 2,35\pi \text{ s}^{-1} \approx 7,38 \text{ s}^{-1} = 7,38 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} ; \quad t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{0,67\pi}{2,35\pi \text{ s}^{-1}} = 0,283 \text{ s}$$



**C-3.** Un punto recorre una trayectoria circular de radio 36 cm con una frecuencia de 0,25 s<sup>-1</sup>.

- a) Calcular el periodo del movimiento.
- b) Calcular la velocidad angular y la lineal.
- c) Determinar el ángulo girado en 1,54 s.
- d) La aceleración normal o centrípeta.

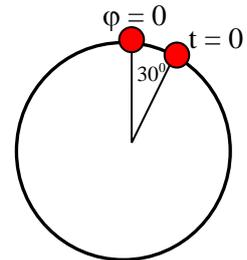
**Pistas:**  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,25 \text{ s}^{-1}} = 4 \text{ s} \quad v = \omega R = \approx 0,57 \text{ m/s} ;$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(0,18 \pi)^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,36 \text{ m}} = 0,89 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\varphi = \omega t = 0,77 \pi \text{ rad};$$

**C-4.** Un punto gira describiendo círculos con velocidad constante de forma tal que describe un ángulo de 180° en 1,543 s.

- a) Calcular su velocidad angular
- b) Determinar el periodo y la frecuencia del movimiento
- c) Suponiendo que los ángulos empiezan a contarse a partir del punto más alto de la trayectoria y que el cronómetro se pone en marcha cuando el punto está formando un ángulo de 30° con la vertical (ver esquema) ¿en qué posición se encuentra el punto cuando transcurran 2,500 s?



**Pistas:**  $\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{1,543 \text{ s}} = 0,65 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 0,65 \pi \text{ s}^{-1} ; \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3,086 \text{ s}} = 0,32 \text{ s}^{-1} ;$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t = 1,79 \pi \text{ rad} \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = 322,2^\circ$$

**C-5.** Una partícula describe una circunferencia de 20 cm de radio. Partiendo del reposo, se mueve con una aceleración angular constante de 0,1 rad/s<sup>2</sup>. Calcula cuando han pasado 10 s.:

- a) Módulo de la aceleración normal
- b) Módulo de la aceleración tangencial
- c) Módulo de la aceleración
- d) Longitud de arco recorrida.

**Pistas:** a)  $a_n = \omega^2 \cdot r = 1^2 \cdot 0,2 = 0,2 \text{ m/s}^2$  b)  $a_t = \alpha \cdot r = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02 \text{ m/s}^2$  c)  $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 0,201 \text{ m/s}^2$   
 d)  $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a_t \cdot t^2 = 1 \text{ m}$

**4.- Ejercicios mov. parabólico**

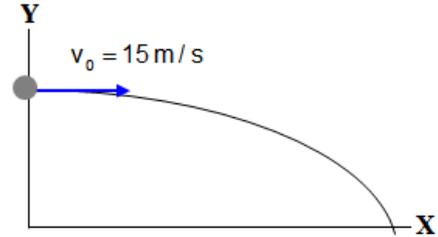
**P-1.** Desde la ventana situada a 20 m sobre el suelo se lanza horizontalmente un objeto con una velocidad de 15 m/s. Determinar:

- a) Las ecuaciones que describen el movimiento del objeto.
- b) El punto en que toca el suelo.
- c) La velocidad con que llega al suelo.

**Pistas:**

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \frac{m}{s}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{20}{15} = 1,333; \alpha = 53,1^\circ$$

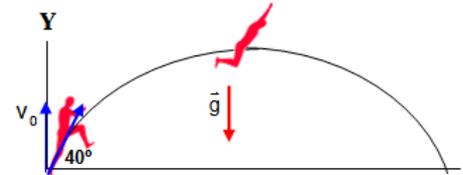


**P-2.** Un saltador de longitud llega a la tabla de batida con una velocidad de 8,5 m/s e inicia el vuelo con un ángulo de 40°. Determinar:

- a) Las ecuaciones del movimiento.
- b) El alcance del salto.
- c) La altura máxima alcanzada.
- d) Altura y velocidad a los 0,75 s.

**Pistas:**

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6,5^2 + 2,0^2} = 6,8 \frac{m}{s}$$



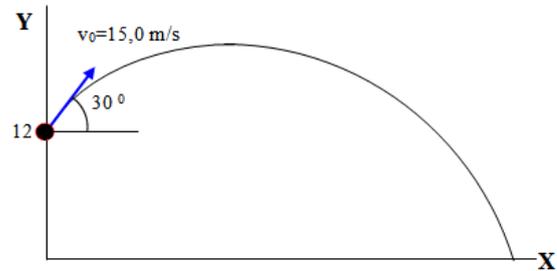
**P-3** Desde una ventana de un edificio situada a 12 m del suelo se lanza una pelota con una velocidad de 15 m/s formando un ángulo de 30° con la horizontal. Determinar:

- a) Las ecuaciones que describen el movimiento de la pelota:
  - Si se toma como origen el de coordenadas.
  - Si se toma como origen el lugar de lanzamiento.
- b) ¿Cuánto tiempo tardará en chocar con el suelo?
- c) ¿Cuánto tiempo tardará en pasar por delante de un balcón situado 2 m por encima del lugar de lanzamiento?
- d) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

**Pistas**

$$y_{(t=0,75)} = 12 + 7,5 \cdot 0,75 - 5 \cdot 0,75^2 = 14,81 \text{ m.}$$

$$y_{(t=0,75)} = -7,5 \cdot 0,75 + 5 \cdot 0,75^2 = -2,81 \text{ m}$$



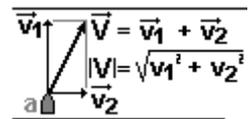
**P-3** Desde una altura de 16 m lanzamos un paquete oblicuamente hacia abajo con una velocidad que forma un ángulo respecto a la horizontal, tal que  $\sin \alpha = -0,6$  y  $\cos \alpha = 0,8$ . En el mismo momento, una persona que está situada sobre el eje x a 10 m del origen, se dirige hacia el paquete con una velocidad constante de 4 m/s y lo coge en el momento en el que el paquete llega al suelo. Calcula: a) Tiempo que el paquete tarda en llegar al suelo. b) Velocidad con que llega c) posición cuando el paquete llega al suelo.

**Pistas:** a)  $4,9 t^2 - 3t - 8,5 = 0 \rightarrow t = 1,66 \text{ s}$  b)  $v_{oa} = 10 - 4t / 0,8 t = 2,54 \text{ m/s}$  c)  $x_b = 10 - 4t = 3,37$

**Composición de movimientos:**

**CO-1** Una barca de pesca, considerada puntual, quiere atravesar perpendicularmente un río de 20m de ancho y desarrolla una velocidad de 8 m/s. Si la velocidad de la corriente del río es de 2 m/s. calcula:

- a) Tiempo que la barca tarda en llegar al otro margen
- b) Desplazamiento horizontal al llegar al otro margen
- c) espacio recorrido y la velocidad de la barca
- d) Espacio recorrido en el tiempo del apartado a si navegase en sentido de la corriente.
- e) Espacio recorrido en el tiempo del apartado a si navegase en sentido contrario a la corriente.



Sol: a) 2,5 b) 5m c) 20,6 m 8,25 m d) 25m e) -15 m