

## Derivadas - Ofimega

**1.- Definición:** Derivada de una función en un punto:  $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

**2.- Derivadas funciones simples:**

Potenciales-polinom.	Logarítmicas	Exponenciales	Trigonométricas
$D x^n = n \cdot x^{n-1}$	$D \ln x = \frac{1}{x}$	$D e^x = e^x$	$D \sin(x) = \cos(x)$
$D \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$D \log_a x = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln a}$	$D a^x = a^x \cdot \ln a$	$D \cos(x) = -\sin(x)$
$D x = 1$	$D \log x = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln 10}$	$D 10^x = 10^x \cdot \ln 10$	$D \tan(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2(x)$
Si es una función:	Si es una función:	Si es una función:	Si es una función:
$D u^n = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$	$D \ln(u) = \frac{1}{u} \cdot u' = \frac{u'}{u}$	$D e^u = e^u \cdot u'$	$D \sin(u) = \cos(u) \cdot u'$

**3.- Derivadas funciones compuestas:**

De la constante:	$D \text{ Cte} = 0$	$D(c \cdot f(x)) = c \cdot D f(x)$
De la suma/resta:	$D f(x) \pm g(x) = D f(x) \pm D g(x)$	$D(u + v) = u' + v'$
Del producto:	$D f(x) \cdot g(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$	$D(u \cdot v) = u' \cdot v + u \cdot v'$
Del cociente:	$D \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$	$D\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
Exponente funciones:	$y = u^v \rightarrow y' = u^v \cdot v' \cdot \ln u + v \cdot u^{v-1}$	aplicando Ln a cada lado

**4.- Der. función de función:**

Regla de la cadena: $D f(g(x)) = f'(g) \cdot g'(x)$	$D(u(v)) = u'(v) \cdot v'$
---	----------------------------

**5.- Tasa de variación media:**

TVM:  $\frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow$  Cociente entre la tasa de variación y la amplitud del intervalo:  $TVM[a, a+h] = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

Ejemplo: Calcula la T.V.M. de la función  $f(x) = x^2 - x$  en el intervalo  $[1,4]$ :  $TVM[1,4] = \frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{12-0}{3} = 4$

### Ejercicios resueltos

Deriva las siguientes funciones varias:

1.  $y = 2x^2 - 6x + 5 \rightarrow y' =$

2.  $y = 2x^{-2} \rightarrow y' =$

3.  $y = 3x \cdot \sin x \rightarrow y' =$

4.  $y = x^3 \cdot \ln x \rightarrow y' =$

5.  $y = 1/x \rightarrow y' =$

6.  $y = \sqrt{x+1} \rightarrow y' =$

7.  $y = \sqrt{x^3} \rightarrow y' =$

8.  $y = 9^x \rightarrow y' =$

9.  $y = \frac{x^3}{\ln x} \rightarrow y' =$

10.  $y = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \rightarrow y' =$

11.  $y = \operatorname{Ln}(x^2) \rightarrow y' =$

12.  $y = 3x \cdot 2^x \rightarrow y' =$

13.  $y = 8^{8x} \rightarrow y' =$

14.  $y = \operatorname{Sin}^2 x \rightarrow y' =$

Soluciones

$y' = 4x - 6$

$y' = -\frac{4}{x^3}$

$y' = 3(\sin x + x \cos x)$

$y' = 3x^2 \cdot \ln x + x^2$

$y' = -1/x^2$

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

$y' = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

$y' = 9^x \cdot \ln 9$

$y' = x^3 \left(3 \cdot \ln x - \frac{1}{x}\right) / \ln^2 x$

$y' = 1 / \cos^2 x$

$y' = 1/x^2 \cdot 2x = 2/x$

$y' = 3 \cdot 2^x(1+x \cdot \ln 2)$

$y' = 8^{8x} \cdot \operatorname{Ln} 8 \cdot 8$

$y' = 2 \sin x \cdot \cos x$

**Hoja de ejercicios derivadas 1.** Derivadas por tipos de función

## 1.- Funciones racionales:

$$\begin{aligned} \blacksquare y &= \frac{x+3}{x^2-1} \\ \blacksquare y &= \frac{5}{x^5} + \frac{x^5}{5} \end{aligned}$$

## 2.- Funciones irracionales:

$$\begin{aligned} \blacksquare y &= \sqrt[3]{(5x-3)^2} \\ \blacksquare y &= \frac{2}{\sqrt{x}} \\ \blacksquare y &= \frac{1}{x\sqrt{x}} \\ \blacksquare y &= \sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x^2-1}} \end{aligned}$$

## 3.- Funciones exponenciales:

$$\begin{aligned} \blacksquare y &= \frac{e^{2x}}{x^2} \\ \blacksquare y &= 6^{(\ln 5x)} \\ \blacksquare y &= e^{\sqrt{7x+3}} \end{aligned}$$

## 4.- Funciones logarítmicas:

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= \ln(2x^2 - 3x + 1) & \text{b) } y &= \log_3(x^4 - 6x) \\ \text{c) } y &= \ln\sqrt{2x-3} & \text{d) } y &= \log_2(x^2 - 5x + 6) \end{aligned}$$

## 5.- Deriva y simplifica:

$$\text{a) } y = \ln \frac{1+\operatorname{sen} x}{1-\operatorname{sen} x} \quad \text{b) } y = \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}} \quad \text{c) } y = \sqrt{\ln \frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$$

## 6.- Deriva y simplifica:

$$\begin{aligned} \text{a) } y &= \operatorname{Ln} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} & \text{b) } y &= \operatorname{Ln} \frac{a+x}{a-x} & \text{c) } y &= \frac{\operatorname{sen} x}{1+\cos x} \\ \text{d) } y &= \operatorname{arc} \operatorname{sen} mx & \text{e) } y &= \operatorname{arc} \operatorname{cos} \frac{1-x^2}{1+x^2} \end{aligned}$$

## 7.- Exponencial con técnica logarítmica (exponencial/potencial):

$$\text{a) } x^{x^2+3} \quad \text{b) } x^{\operatorname{sen} x} \quad x^{x^2+3} \cdot \left(2x \cdot \ln x + \frac{x^2+3}{x}\right); \quad x^{\operatorname{sen} x} \cdot \left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\operatorname{sen} x}{x}\right)$$

## 7.- Calcula pendientes:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \text{Tangente o pendiente a } f(x) = x^2 - 4x + 3 \text{ en } x = 1 & m &= -2 \\ \text{b) } & \text{Tangente o pendiente a } f(x) = \operatorname{Ln}(x+3) \text{ en } x = 2 \\ \text{c) } & \text{Tangente o pendiente a } f(x) = \cos(5x+4) \text{ en } x = \pi \end{aligned}$$

$$\text{8.- a) Halla la ecuac. de la recta tangente a } f(x) = x^4 + 4x - 1 \text{ en el punto de abscisa: } x = 1 \quad y = 8x - 4$$

$$\text{b) Halla la ecuación de la recta tangente a la curva } y = 3\operatorname{sen} 2x \text{ en el punto de abscisa: } x = 0$$

$$\text{9.- Valores de } a \text{ y } b \text{ para que la función } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{si } x \leq 2 \\ ax^2 + b & \text{si } x > 2 \end{cases} \text{ sea derivable en } x = 2?$$

$$\text{10.- El espacio recorrido por un móvil viene dado por la función } s(t) = 3t^2 - t + 1 \text{ ( } s \text{ se mide en m y } t \text{ en seg). Calcula la velocidad } v = ds/dt, \text{ en el instante } t = 2 \text{ segundos.}$$

11.- Un heladero ha comprobado que, a un precio de 50 céntimos de euro la unidad, vende una media de 200 helados diarios. Por cada céntimo que aumenta el precio, vende dos helados menos al día. Si el coste por unidad es de 40 céntimos, ¿a qué precio de venta es máximo el beneficio diario que obtiene el heladero? ¿Cuál será ese beneficio?

$$\text{Sol: } B(x) = (200 - 2x)(x + 10) \rightarrow B(45) = 6050 = 60,50 \text{ €}$$

## Soluciones

$$y' = \frac{1 \cdot (x^2-1) - (x+3) \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-x^2-6x-1}{x^4-2x^2+1} \quad y' = -\frac{25}{x^6} + x^4$$

$$y' = \frac{2}{3}(5x-3)^{-1/3} = \frac{10}{3^3 \sqrt[3]{5x-3}} \quad y' = -\frac{1}{\sqrt{x^3}} \quad y' = -\frac{3}{2\sqrt{x^5}}$$

$$y' = \frac{-4x}{3^3 \sqrt{(x^4-1)^2(x^2-1)^2}}$$

$$y' = \frac{2e^{2x}(x-1)}{x^3}$$

$$y' = 6^{\ln 5x} \cdot \ln 6 \cdot \frac{1}{x}$$

$$y' = \frac{7e^{\sqrt{7x+3}}}{2\sqrt{7x+3}}$$

$$\frac{4x-3}{2x^2-3x+1}; \frac{3x-6}{(x^4-6x)\ln 3} \quad \frac{1}{2x-3}; \frac{2x-5}{\ln 2(x^2-5x+6)}$$

$$\frac{2}{\cos x}; \frac{-4}{(e^x-e^{-x})^2}; -\frac{1}{\operatorname{sen} x}$$

$$\frac{1}{1-x^2}; \frac{2a}{a^2-x^2}; \frac{1}{1+\cos x}$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-m^2x^2}}; \frac{2}{1+x^2}$$

**Hoja de ejercicios derivadas 2**[\(soluciones\)](#)

Determine las derivadas los siguientes grupos de funciones:

7. Grupo potenciales/irracionales:

a)  $f(x) = (x^2 - x)^6$

b)  $f(x) = (2x^3 + 1)^{-5}$

c)  $f(x) = (2x + 3)^{\frac{3}{2}}$

d)  $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$

e)  $f(t) = \sqrt{\frac{t^2+1}{t^2-1}}$

f)  $f(u) = \frac{1}{(u+1)^2}$

8. Grupo exponenciales:

a)  $f(x) = e^{x^2+6}$

b)  $f(t) = e^{3-5 \cdot t}$

c)  $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$

d)  $f(u) = \frac{e^{2u}}{u}$

e)  $f(x) = 5^{2x+8}$

f)  $f(w) = 2w \cdot 2^{6w}$

9. Grupo logarítmicas:

a)  $f(x) = \ln(3x - 4)$

b)  $f(u) = \ln\left(\frac{1+u}{1-u}\right)$

c)  $f(t) = (t^2 + 1) \cdot \ln(2t + 1)$

d)  $f(w) = \ln(\sqrt{1+w^2})$

e)  $f(x) = \log(x^3 + 2)$

f)  $f(x) = \log_2(x^4 - x)$

g)  $f(x) = \frac{1}{\ln^2 x}$

h)  $\ln \ln(3 - 2x^3)$

10. Grupo combinado:

a)  $f(x) = x^3 + \ln(x^2 + 1)$

b)  $f(t) = e^t \cdot \sqrt{t^5 + 2}$

c)  $f(x) = \sqrt[3]{e^x + \ln(x)}$

d)  $f(u) = \ln(\sqrt{u} + 2^u)$

e)  $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln(x^3 + 2x^2 - 6)$

f)  $g(x) = 5^{x^2} + e^x \cdot \operatorname{sen} x$

g)  $h(x) = \cos \frac{2x+3}{2x-3}$

h)  $j(x) = \operatorname{sen} x^3 \cdot \cos^3 x$

11. En cada caso, determine la derivada segunda  $\frac{d^2y}{dx^2}$  (ó  $y''$ )

a)  $y = 2x^5 + x^2 - 1$

b)  $y = x^6 + \ln(x) + 2$

c)  $y = e^x - \sqrt{x} - x$

d)  $y = e^x \cdot \sqrt{x}$

12. Aplicando la Regla de L'Hôpital calcule los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2}{3x^4 - 2x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{5x^2 - 7x - 6}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1-e^x}{x^2}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-1)}{x-2}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 3 + e^{-2x}}{x^2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1}$

13. Los beneficios de una fábrica en miles de euros viene dado por la función  $f(x) = -20x^2 + 50x - 20$ , donde x son centenares artículos vendidos. a) Determine el número de artículos mínimos que hay que vender para no tener pérdidas. b) Calcule el beneficio máximo diario que puede obtener la fábrica.

**Soluciones 2**

7. a)  $6 \cdot (x^2 + x)^5 \cdot (2x + 1)$

c)  $\frac{3}{2} \cdot (2x + 3)^{1/2} \cdot 2 = 3 \cdot (2x + 3)^{1/2}$

e)  $\frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{t^2+1}{t^2-1}}} \cdot \frac{2t(t^2-1) - (t^2+1) \cdot 2t}{(t^2-1)^2}$

b)  $-5 \cdot (2x^3 + 1)^{-6} \cdot 6x^2$

d)  $\frac{3x^2}{2 \cdot \sqrt{x^3+1}}$

f)  $-\frac{2(u+1)}{(u+1)^4} = \frac{-2}{(u+1)^3}$

8. a)  $2x \cdot e^{x^2+6}$

c)  $2xe^{-x^2} + x^2e^{-x^2} \cdot (-2x) = 2xe^{-x^2}(1 - x^2)$

e)  $5^{2x+8} \cdot \ln(5) \cdot 2$

b)  $-5 \cdot e^{3-5 \cdot t}$

d)  $\frac{2 \cdot e^{2u} \cdot u - e^{2u}}{u^2}$

f)  $2 \cdot 2^{6w} + 2w \cdot 2^{6w} \cdot \ln(2) \cdot 6$

9. a)  $\frac{3}{3x-4}$

c)  $\frac{2t^2+2}{2t+1} + 2t \cdot \ln(2t+1)$

e)  $\frac{1}{(x^3+2) \cdot \ln(10)} \cdot (3x^2)$

g)  $\frac{-2}{x \ln^3 x}$

b)  $\frac{1}{\frac{1+u}{1-u}} \cdot \frac{1-u-(1+u) \cdot (-1)}{(1-u)^2} = \frac{2}{1-u^2}$

d)  $\frac{1+w^2-w \cdot 2w}{(1+w^2)^2} = \frac{w}{1+w^2}$

f)  $\frac{1}{(x^4-x) \cdot \ln(2)} \cdot (4x^3 - 1)$

h)  $\frac{-6x^2}{(3-2x^3) \ln(3-2x^3)}$

10. a)  $3x^2 + \frac{1}{x^2+1} \cdot (2x)$

b)  $e^t \cdot \sqrt{t^5+2} + e^t \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{t^5+2}} \cdot (5t^4)$

c)  $\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{(e^x + \ln(x))^2}} \left( e^x + \frac{1}{x} \right)$

d)  $\frac{1}{\sqrt{u+2^u}} \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot \sqrt{u}} + 2^u \cdot \ln(2) \right)$

e)  $f'(x) = \frac{\ln(x^3+2x^2+6)}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}(3x^2+4x)}{x^3+2x^2-6}$

f)  $g'(x) = 5^{x^2} \ln 5 \cdot 2x + e^x \sin x + e^x \cos x$

g)  $h'(x) = -\operatorname{sen} \frac{2x+3}{2x-3} \cdot \left( \frac{2(2x-3) - 2(2x+3)}{(2x-3)^2} \right) = -\operatorname{sen} \frac{2x+3}{2x-3} \cdot \left( \frac{4x-6-4x-6}{(2x-3)^2} \right) = \frac{12}{(2x-3)^2} \operatorname{sen} \left( \frac{2x+3}{2x-3} \right)$

h)  $j'(x) = \cos x^3 \cdot 3x^2 \cdot \cos^3 x + \operatorname{sen} x^3 \cdot 3 \cos^2 x (-\operatorname{sen} x) = 3x^2 \cdot \cos x^3 \cdot \cos^3 x - 3 \cdot \operatorname{sen} x^3 \cdot \cos^2 x \cdot \operatorname{sen} x$

11. a)  $\frac{d^2y}{dx^2} = 40x^3 + 2$

c)  $\frac{d^2y}{dx^2} = e^x + \frac{1}{4} x^{-3/2}$

b)  $\frac{d^2y}{dx^2} = 30x^4 - \frac{1}{x^2}$

d)  $\frac{d^2y}{dx^2} = e^x x^{1/2} + e^x x^{-1/2} - \frac{e^x x^{-3/2}}{4}$

12. a) 0

b)  $\frac{3}{13}$

c)  $\frac{-1}{2}$

d) 1

e) 3

f)  $\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}}$

13. a)  $y(0): x=1/2$  y  $x=2 \rightarrow f(x) < 0$  si  $x < 1/2 \rightarrow$  a partir 50 b)  $f'(x) = -40 + 50x = 0 \rightarrow x = 5/4 \rightarrow$  máx  $f(5/4) = 11,25$

**Exercicis de derivació.**

1.  $f(x) = x^4 + 3x^2 - 6$
2.  $f(x) = 6x^3 - x^2$
3.  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{5}$
4.  $f(x) = 6x^{\frac{7}{2}} + 4x^{\frac{5}{2}} + 2x$
5.  $f(x) = \sqrt{3x} + \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}$
6.  $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^{3/2}}$
7.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} + 5$
8.  $f(x) = (1 + 4x^3) \cdot (1 + 2x^2)$
9.  $f(x) = x(2x - 1)(3x + 2)$
10.  $f(x) = (2x - 1)(x^2 - 6x + 3)$
11.  $f(t) = \frac{t^3}{1+t^2}$
12.  $f(s) = \frac{(s+4)^2}{s+3}$
13.  $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2-x-2}$
14.  $f(x) = (2x^2 - 3)^2$
15.  $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$
16.  $f(x) = \frac{2x^2-1}{x\sqrt{1+x^2}}$
17.  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x + 1}$
18.  $f(x) = (1 + \sqrt[3]{x})^3$
19.  $f(x) = \sin^2 x$
20.  $f(x) = 2 \sin x + \cos 3x$
21.  $f(x) = \frac{\sin x}{1+\cos x}$
22.  $f(x) = \sin 2x \cos 3x$
23.  $f(t) = t \sin t + \cos t$
24.  $f(t) = \sin^3 t \cos t$
25.  $f(x) = \ln \cos x$
26.  $f(x) = \ln \tan x$
27.  $f(x) = \ln \sin^2 x$
28.  $f(x) = \frac{\tan x - 1}{\sec x}$
29.  $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$
30.  $f(x) = \ln \frac{1+x^2}{1-x^2}$
31.  $f(x) = \ln(x^2 + x)$
32.  $f(x) = \ln(x^3 - 2x + 5)$
33.  $f(x) = x \cdot \ln x$
34.  $f(x) = \ln^3 x$
35.  $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$
36.  $f(x) = \ln(\ln x)$
37.  $f(x) = e^{(4x+5)}$
38.  $f(x) = a^{x^2}$
39.  $f(x) = 7^{(x^2+2x)}$
40.  $f(x) = e^x(1 - x^2)$
41.  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$
42.  $f(x) = \log_3(x^2 - \sin x)$
43.  $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$
44.  $f(x) = \sin(\ln x)$
45.  $f(x) = \sin(\cos x)$
46.  $f(x) = e^{\sin x}$
47.  $f(x) = e^{\cos x} \sin x$
48.  $f(x) = e^x \ln(\sin x)$
49.  $f(x) = x^x$
50.  $f(x) = e^{x^x}$

**Solucions**

1.  $f'(x) = 4x^3 + 6x$
2.  $f'(x) = 18x^2 - 2x$
3.  $f'(x) = (3x^2 - 2x)/5$
4.  $f'(x) = 21x^{\frac{5}{2}} + 10x^{\frac{3}{2}} + 2$
5.  $f'(x) = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x^2}$
6.  $f'(x) = \frac{3(x+1)^2(x-1)}{2x^{\frac{5}{2}}}$
7.  $f'(x) = \frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$
8.  $f'(x) = 4x(1+3x+10x^3)$
9.  $f'(x) = 2(9x^2 + x - 1)$
10.  $f'(x) = 6x^2 - 26x + 12$
11.  $f'(t) = \frac{t^2(3+t^2)}{(1+t^2)^2}$
12.  $f'(s) = \frac{(s+2)(s+4)}{(s+3)^2}$
13.  $f'(x) = \frac{x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 2x + 1}{(x^2 - x - 2)^2}$
14.  $f'(x) = 8x(2x^2 - 3)$
15.  $f'(x) = \frac{1}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}$
16.  $f'(x) = \frac{1+4x^2}{x^2(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$
17.  $f'(x) = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$
18.  $f'(x) = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$
19.  $f'(x) = \sin 2x$
20.  $f'(x) = 2 \cos x - 3 \sin 3x$
21.  $f'(x) = \frac{1}{1+\cos x}$
22.  $f'(x) = 2 \cos 2x \cos 3x - 3 \sin 2x \sin 3x$
23.  $f'(t) = t \cos t$
24.  $f'(t) = \sin^2 t (3 \cos^2 t - \sin^2 t)$
25.  $f'(x) = -\tan x$
26.  $f'(x) = \frac{2}{\sin 2x}$
27.  $f'(x) = 2 \cot x$
28.  $f'(x) = \sin x + \cos x$
29.  $y' = \frac{2}{1-x^2}$
30.  $y' = \frac{4x}{1-x^4}$
31.  $y' = \frac{2x+1}{x^2+x}$
32.  $y' = \frac{3x^2-2}{x^3-2x+5}$
33.  $y' = \ln x + 1$
34.  $y' = \frac{3 \ln^2 x}{x}$
35.  $y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
36.  $y' = \frac{1}{x \ln x}$
37.  $y' = 4e^{(4x+5)}$
38.  $y' = 2xa^{x^2} \ln a$
39.  $y' = 2(x+1)7^{(x^2+2x)} \ln 7$
40.  $y' = \frac{e^x(1-2x-x^2)}{2e^x}$
41.  $y = \frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$
42.  $y' = \frac{2x-\cos x}{(x^2-\sin x) \ln 3}$
43.  $y' = \frac{1}{\cos x}$
44.  $y' = \frac{\cos x}{\cos(\ln x)}$
45.  $y' = -\sin x \cos(\cos x)$
46.  $y' = e^{\sin x} \cos x$
47.  $y' = e^{\cos x} (\cos x - \sin^2 x)$
48.  $y' = e^x (\cot x + \ln(\sin x))$
49.  $y' = x^x (1 + \ln x)$
50.  $y' = e^{x^x} (1 + \ln x)x^x$