

Radicals - Propietats i operacions - Racionalització - Equacions irracionals

Full 1. Teoria bàsica

1. Propietats:

1.- Passar arrel a potència:	$\sqrt[n]{x^m} \rightarrow x^{\frac{m}{n}}$	<i>Exemple:</i>	$\sqrt[3]{x^5} \rightarrow x^{\frac{5}{3}}$
2.- Exponent negatiu:	$\sqrt{x^{-m}} = x^{-\frac{1}{m}} = \frac{1}{\sqrt{x^m}}$	<i>Exemple:</i>	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3^{-1}} = 3^{-\frac{1}{2}}$
3.- Potència d'un arrel:	$(\sqrt[n]{a^p})^k = \sqrt[n]{a^{p \cdot k}}$	<i>Exemple:</i>	$(\sqrt[4]{7})^3 = \sqrt[4]{7^3}$
4.- Arrel d'un arrel:	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	<i>Exemple:</i>	$\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[3 \cdot 4]{5} = \sqrt[12]{5}$

2. Operacions amb arrels

1. Multiplicar / dividir:

- Si tienen los **índices iguales** se multiplican/dividen las bases: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ o $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
- Si tienen **bases iguales** de suman los inversos de los índices o se agrupan en índice común.
- Si tienen **índices diferentes**: Agrupar en índice común mediante mcm: $\sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{8 \cdot 9}$

2. Extraer o meter un factor:

- Para **sacar**: Es necesario tener elevado el valor a la misma potencia que el índice de la raíz.
Ejemplo: $\sqrt{12} \rightarrow$ se aconseja factorizar el $12 = 2^2 \cdot 3 \rightarrow \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$
- Para **meter**: Entra con la potencia del índice de la raíz: *Ejem:* $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = \sqrt{12}$

3. Sumar / restar:

En realidad, no se puede. Se **agrupan** extrayendo factor común:

Ejemplo: $\sqrt{12} + \sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = (2 + 1)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

3. Racionalització:

El *joc* consisteix en treure l'arrel del denominador. 3 tipus:

1er Tipo: Denom. con raíz cuadrada: $\frac{a}{\sqrt{b}}$	Se multiplica numerador y denominador por la raíz del denominador: $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$
2º Tipo : Denom. con raíz índice superior: $\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}$	Se multiplica y divide por la raíz del denominador elevada a la diferencia entre el índice y el exponente: $\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}} = \frac{a \cdot \sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^m} \cdot \sqrt[n]{b^{n-m}}} = \frac{a \sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^{m+n-m}}} = \frac{a \sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^n}} = \frac{a \sqrt[n]{b^{n-m}}}{b}$
3er Tipo: Denom. con raíces sumadas o restadas: $\frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$	Se multiplica y divide por las raíces conjugadas (cambiando el signo) y se aplica la identidad notable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ $\frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a \cdot (\sqrt{b} - \sqrt{c})}{(\sqrt{b} + \sqrt{c}) \cdot (\sqrt{b} - \sqrt{c})} = \frac{a(\sqrt{b} - \sqrt{c})}{(\sqrt{b})^2 - (\sqrt{c})^2} = \frac{a(\sqrt{b} - \sqrt{c})}{b - c}$

4. Equacions irracionals:

El *joc* consisteix en deixar l'arrel **sola** a un costat de l'equació després, **elevant** cada costat a la potència de l'arrel per treure l'arrel: \rightarrow

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} + 3 &= 7 \\ \sqrt{x+1} &= 7 - 3 \\ (\sqrt{x+1})^2 &= 4^2 \\ x + 1 &= 16 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{15} \end{aligned}$$

Exercicis fonamentals

1. Escribe en forma de potencia d'exponent fraccionari:

a) $\sqrt[7]{2^2} = 2^{\frac{2}{7}}$ b) $\sqrt{a^5} = a^{\frac{5}{2}}$ c) $\sqrt[10]{8^3} = 8^{\frac{3}{10}}$ d) $\sqrt[3]{-5} = -5^{\frac{1}{3}}$

2. Escribe en forma de radical:

a) $17^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{17}$ b) $(-3)^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{(-3)^7}$ c) $2^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{2^2}$ d) $7^{\frac{3}{2}} = \sqrt{7^3}$

3. Efectua aquestes operacions:

a) $\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{2^7}$ b) $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{24}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$

c) $\sqrt{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[6]{2}$ d) $\sqrt[3]{2^6} \cdot \sqrt[4]{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^3 = 8$

4. Extreure factors de l'arrel

a) $\sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$ c) $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{54} = 3\sqrt[3]{2}$ d) $\sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

5. Introduir els factors en l'arrel

a) $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ b) $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{40}$

6. Efectua pas a pas les sumes i restes següents i simplifica al màxim el resultat:

a) $\sqrt{10} + 2\sqrt{10} - \frac{1}{2}\sqrt{10} = \frac{5}{2}\sqrt{10}$

b) $3\sqrt{12} - 2\sqrt{75} + 7\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 0$

c) $\sqrt{32} - 5\sqrt{18} + \sqrt{3} = 4\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + \sqrt{3} = -5\sqrt{2} + \sqrt{3}$

d) $3\sqrt{8} + 2\sqrt{50} - 4\sqrt{18} = 6\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

e) $\sqrt{1331} - \sqrt{44} + 2\sqrt{99} = 11\sqrt{11} - 2\sqrt{11} + 6\sqrt{11} = 15\sqrt{11}$

f) $7\sqrt{8} + \sqrt{12} - \sqrt{32} - \sqrt{75} = 14\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{2} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

g) $\sqrt{980} - \sqrt{1280} - \sqrt{605} = 7\sqrt{20} - 8\sqrt{20} - 11\sqrt{5} = -\sqrt{20} - 11\sqrt{5} = -2\sqrt{5} - 11\sqrt{5} = -13\sqrt{5}$

h) $5\sqrt{5} - \sqrt{80} + \sqrt{20} = 5\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

i) $\sqrt{243} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{27} = 9\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

7. Redueix els radicals següents a mínim comú índex:

a) $\sqrt[4]{3} ; \sqrt{3} ; \sqrt[5]{3} = \sqrt[20]{3^5} ; \sqrt[20]{3^4} ; \sqrt[20]{3^4}$ b) $\sqrt[5]{4} ; \sqrt{2} ; \sqrt[3]{5} ; \sqrt[15]{7} = \sqrt[15]{4^3} ; \sqrt[15]{2^3} ; \sqrt[15]{5^5} ; \sqrt[15]{7}$

Agrupar reduint a comú índex:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{2^6} = \sqrt{2}$ b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{7} = \sqrt[8]{5^2 \cdot 3^2 \cdot 7}$

Solucions: 1. a) $2^{2/7}$ b) $a^{5/2}$ c) $8^{3/10}$ d) $-5^{1/3}$ 2. a) $\sqrt[3]{17}$ b) $\sqrt[4]{(-3)^7}$ c) $2^{2/5}$ d) $\sqrt{7^3}$ 3. a) $\sqrt[3]{2^2 \cdot 2^5} = \sqrt[3]{2^7} = 2\sqrt[3]{2}$ b) $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{24}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$ c) $\sqrt{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[6]{2}$ d) $\sqrt[3]{2^6} \cdot \sqrt[4]{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2^2 \cdot 2^{1/2} \cdot 2^{1/2} = 2^3 = 8$

4. a) $\sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$ b) $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ c) $\sqrt[3]{54} = 3\sqrt[3]{2}$ d) $\sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

5. a) $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ b) $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{40}$

6. a) $\sqrt{10} + 2\sqrt{10} - \frac{1}{2}\sqrt{10} = \frac{5}{2}\sqrt{10}$ b) $3\sqrt{12} - 2\sqrt{75} + 7\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 0$ c) $\sqrt{32} - 5\sqrt{18} + \sqrt{3} = 4\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + \sqrt{3} = -5\sqrt{2} + \sqrt{3}$ d) $3\sqrt{8} + 2\sqrt{50} - 4\sqrt{18} = 6\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ e) $\sqrt{1331} - \sqrt{44} + 2\sqrt{99} = 11\sqrt{11} - 2\sqrt{11} + 6\sqrt{11} = 15\sqrt{11}$ f) $7\sqrt{8} + \sqrt{12} - \sqrt{32} - \sqrt{75} = 14\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{2} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ g) $\sqrt{980} - \sqrt{1280} - \sqrt{605} = 7\sqrt{20} - 8\sqrt{20} - 11\sqrt{5} = -\sqrt{20} - 11\sqrt{5} = -2\sqrt{5} - 11\sqrt{5} = -13\sqrt{5}$ h) $5\sqrt{5} - \sqrt{80} + \sqrt{20} = 5\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ i) $\sqrt{243} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{27} = 9\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

7. a) $\sqrt[4]{3} ; \sqrt{3} ; \sqrt[5]{3} = \sqrt[20]{3^5} ; \sqrt[20]{3^4} ; \sqrt[20]{3^4}$ b) $\sqrt[5]{4} ; \sqrt{2} ; \sqrt[3]{5} ; \sqrt[15]{7} = \sqrt[15]{4^3} ; \sqrt[15]{2^3} ; \sqrt[15]{5^5} ; \sqrt[15]{7}$

Agrupar reduint a comú índex:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{2^6} = \sqrt{2}$ b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{7} = \sqrt[8]{5^2 \cdot 3^2 \cdot 7}$

6. Simplifica las expresiones:

Imprimir cara B

a) $3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2}$

b) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$

c) $\sqrt{50} - \sqrt{72} - 2\sqrt{2}$

d) $\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{18} + \sqrt{50}$

e) $\sqrt{3} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{27}$

f) $\sqrt{12} + 5\sqrt{3} - \sqrt{27}$

g) $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{3}$

h) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8} - \sqrt{2}$

i) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{5}$

j) $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{3}$

k) $\sqrt{18} - 3\sqrt{8} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

l) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{180}$

m) $6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

n) $2a\sqrt{2} - \sqrt{8} + 3\sqrt{2}$

Sol: a) $5\sqrt[3]{2}$; b) $-4\sqrt{3}$; c)

j)

7. Simplifica las expresiones:

a) $7\sqrt{54} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - \frac{3}{5}\sqrt{50} - \sqrt{6}$

b) $\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{6} + \sqrt{\frac{1}{6}}$

c) $2\sqrt{80} + \frac{14}{5}\sqrt{1+\frac{1}{49}} - \sqrt{8} - \frac{9}{4}\sqrt{1-\frac{1}{81}}$

d) $\sqrt{(3-2x)^3} + \sqrt{12-8x} - \sqrt{3x^2-2x^3}$

Sol: a) $22\sqrt{6} - 12\sqrt{2}$

8. Simplificar:

a) $\sqrt[3]{a^2}$

b) $\sqrt{\sqrt{3a}}$

c) $\sqrt[4]{25a^2}$

d) $\sqrt[4]{\sqrt{a^4b^6}}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$

f) $\sqrt[3]{4a^2}$

g) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{27a^3}}$

h) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}}$

i) $\sqrt[4]{\sqrt{81}}$

j) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$

k) $\sqrt{3\sqrt[3]{3}}$

l) $\sqrt[3]{(a+b)^2}$

Sol:

a) $\sqrt[3]{a}$

b)

g)

9. Opera y simplifica:

a) $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{4}}}$

b) $\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}}}$

c) $\sqrt{25\sqrt{81\sqrt{256}}}$

d) $\sqrt{1+\sqrt{6+\sqrt{5+\sqrt{16}}}}$

e) $\sqrt{3a^2 + \sqrt{6a^4} - \sqrt{25a^8}}$

Sol: a) $\sqrt[4]{24}$

10. Ecuacions irracionals:

a) $\sqrt{x+3} = 3$

b) $2\sqrt{x-7} = 3\sqrt{x-17}$

c) $\sqrt{x+1} + 1 = x$

R: (x = 6)

R: (25)

R: (x = 0 y 3)

Ejercicios nivel 2 con soluciones

1.- Pasar de raíz y a potencia y a la inversa:

a) $\sqrt[4]{2^7} =$ b) $\sqrt{a^5} =$
 c) $3^{\frac{1}{2}} =$ d) $(-2)^{\frac{3}{5}} =$

$2^{\frac{7}{4}} ; a^{\frac{1}{2}}$

 $10 \cdot \sqrt{2} ; \sqrt{3}$

2.- Simplificar los siguientes radicales, extrayendo factores si es necesario:

a) $\sqrt{200} =$ b) $\sqrt[4]{3^2} =$
 c) $\sqrt[3]{m^4 n^3 p^8} =$ d) $\sqrt[3]{7^3 \cdot 5^6} =$
 e) $\sqrt[6]{5^3} \cdot \sqrt[4]{5^7} \cdot \sqrt{2} =$ $^{12}\sqrt{5^6} \cdot ^{12}\sqrt{5^{21}} \cdot ^{12}\sqrt{2^6} = ^{12}\sqrt{5^6 \cdot 5^{21} \cdot 2^6} = ^{12}\sqrt{5^{27} \cdot 2^6} = \sqrt[4]{5^9 \cdot 2^2} =$

$\sqrt{5 \cdot 3^2} = \sqrt{45} ; \sqrt{2 \cdot 7^6}$

3.- Introduce el factor dentro del radical:

a) $3\sqrt{5} =$ b) $7^3\sqrt{7} =$
 c) $a^5 \cdot \sqrt[7]{a^2} =$ d) $5^2 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{3^2} =$

4.- Resolver las siguientes operaciones de suma y resta de raíces:

4a) $7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} =$
 4b) $-2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} - 7\sqrt{7} + 3\sqrt{7} + 4\sqrt{2^2 \cdot 7} =$
 4c) $4\sqrt[3]{9} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{9} - \frac{3}{4}\sqrt[3]{9} =$
 4d) $\sqrt{18} + 3\sqrt{2} - \sqrt{50} = (1^\circ \text{ factorizamos}) = \sqrt{2 \cdot 3^2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2 \cdot 5^2} = (2^\circ \text{ extraemos}) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$(7 + 3 - 2)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

5) Desarrollar y simplificar:

1. $\sqrt{2\sqrt{2^4}}$
2. a) $\sqrt[3]{a^{2x-y}} \cdot \sqrt[3]{a^{x+y}}$; b) $4\sqrt{a^{3x+2}} \cdot 2\sqrt{a^{2-3x}}$
3. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{4} =$
4. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (3 - \sqrt{6})^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$
5. $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}})^2 + 3\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$
6. $\sqrt{\frac{2a}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{8a}} \cdot \sqrt{\frac{2a}{3}}$
7. $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{4 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{2}}$
8. $(\sqrt{a + b + \sqrt{4ab}} - \sqrt{a + b - \sqrt{4ab}})^2$
9. $\sqrt[3]{\frac{x-y}{x^2+2xy+y^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2-2xy+y^2}{x+y}} + \frac{4xy}{x^2-y^2}$
10. $(\sqrt{7} + \sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{3} + \sqrt{2})$
11. $(\sqrt{12} + \sqrt{18} + \sqrt{24})(\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{24})$
12. $(5+2\sqrt{6} + \sqrt{15})(5 - 2\sqrt{6} + \sqrt{15})$
13. a) $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \cdot \sqrt{a^2 - b^2}$; b) $\sqrt{6x^2 - 6} \cdot \sqrt{\frac{3x+3}{2x-2}}$

$\sqrt{\sqrt{2^6}} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3}$

 $\sqrt{\frac{a}{6}}$

 $x+y$

Nivel avanzado:

6) Extraer la raíz de los siguientes productos

- 1.a) $\sqrt{4 \cdot 9}$; b) $\sqrt[3]{8 \cdot 27}$; c) $\sqrt{a^2 \cdot b^2}$
2. $\sqrt{16 \cdot 121 \cdot 400}$; $\sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 125}$
3. $\sqrt{4a^2} + \sqrt{9a^2} - \sqrt{16a^2}$
4. $4\sqrt[3]{343x^3} - 5\sqrt{36y^2} - 3\sqrt{81x^2} + 6\sqrt[3]{125y^3}$
5. $\sqrt{(x^2 - 2xy + y^2)(a + b)^2}$
6. $3\sqrt{8} + 2\sqrt{32} + 7\sqrt{50} - 6\sqrt{162} + 9\sqrt{98} + 7\sqrt{242}$
7. $3\sqrt{12a} + 2\sqrt{27a} - \sqrt{75a}$
8. $\sqrt{15} + \sqrt{20} - \sqrt{80} - \sqrt{125}$
9. $\sqrt{2} + \sqrt{50} + \sqrt{98} - \sqrt{288}$

6; 6 ; ab

6; 6 ; ab

6; 6 ; ab

6; 6 ; ab

6; 6 ; ab

6; 6 ; ab

6; 6 ; ab

6; 6 ; ab

6; 6 ; ab

6; 6 ; ab

C) División de raíces de igual índice.

1. $\sqrt[3]{\frac{64}{27}} + \frac{\sqrt{32x^5y^5}}{\sqrt{2x^3y^3}} + \sqrt{\frac{18xy}{25}} : \sqrt{\frac{9xy}{5a^2}}$
2. $\frac{\sqrt{a^x}(\sqrt{a^{x-1}} - \sqrt{a^{3x}})}{\sqrt{a^{1-x}}}$
3. $\left(\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{a-b}} + \frac{\sqrt{(a+b)^3}}{\sqrt{(a+b)^2}}\right)$
4. $(4\sqrt[3]{16} - 6\sqrt[3]{54} + 8\sqrt[3]{128}) : 2\sqrt[3]{2}$

$\frac{4}{3} + 4xy + a\sqrt{\frac{2}{5}}$

$\frac{4}{3} + 4xy + a\sqrt{\frac{2}{5}}$

$\frac{4}{3} + 4xy + a\sqrt{\frac{2}{5}}$

$\frac{4}{3} + 4xy + a\sqrt{\frac{2}{5}}$

$\frac{4}{3} + 4xy + a\sqrt{\frac{2}{5}}$

Miscelanea

Calcular :

1. $\frac{5\sqrt{50} + 18\sqrt{32} - 6\sqrt{200}}{3\sqrt{2}}$
2. $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250} + 2\sqrt[3]{54}$
3. $(3\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 - (2\sqrt{7} + \sqrt{2})(2\sqrt{7} - \sqrt{2})$
4. $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{2} + 1) + \sqrt{2}$
5. $(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{3}) - \sqrt{2}(2 - \sqrt{3})$
6. $(6\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7})(8\sqrt{2} - 5\sqrt{2})\sqrt{2}$
7. $(\sqrt{18} : \sqrt{9} + \sqrt{27} : \sqrt{9} - \sqrt{32} : \sqrt{8} - \sqrt{3} + 2)\sqrt{2}$

$\left(\frac{37}{3}\right)$

$(13\sqrt[3]{2})$

$(39 + 6\sqrt{14})$

$(-2 - \sqrt{2})$

$(4 - 2\sqrt{3})$

$(18\sqrt{7})$

(2)

D) Expresa como cociente y calcula:

1. $\left(\sqrt[3]{\frac{27}{8}} - \sqrt[3]{\frac{125}{64}} + 3\sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right) : \left(\sqrt[3]{\frac{64}{27}} + \sqrt{\frac{81}{64}}\right)$
2. $\sqrt{\frac{2(a^2+b^2)^2}{c^2}} - \frac{2(a^2-b^2)^2}{c^2}$
3. $\sqrt{ab} : \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)$
4. $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{25^3}{64^3}}} + \sqrt[3]{\sqrt{\frac{8^2}{27^2}}} - \sqrt[3]{\sqrt{x\frac{25^x}{125^x}}}$

$\frac{114}{59}$

$\frac{2ab}{c}\sqrt{2}$

$\frac{ab}{a-b}$

$\frac{83}{120}$

E) Aplicando la propiedad raíz de una raíz calcular:

1. $3\sqrt[3]{\sqrt{x}} - 2\sqrt[3]{\sqrt{x}} + 5\sqrt[6]{x} = 6\sqrt[6]{x}$
2. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^3}} + \sqrt[5]{\sqrt[4]{a^5}} - 2\sqrt[7]{\sqrt[4]{a^7}} = 0$
3. $2\sqrt[3]{\sqrt[4]{ab}} + \sqrt[6]{\sqrt{ab}} - 4\sqrt[4]{\sqrt[3]{ab}} + \sqrt[6]{\sqrt{ab}} = 0$
4. $\sqrt[9]{\sqrt[5]{x^{11}}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[15]{x^{10}}} \cdot \sqrt{x} = \sqrt[30]{x^{29}}$
5. $\sqrt[9]{\sqrt{\sqrt{x^6}}} + \sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^5}}} - \sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt{x^6}}} - \sqrt[3]{\sqrt[15]{x^5}} = \sqrt{x} - \sqrt[4]{x}$
6. $(x + y)\sqrt{\frac{x^2+y^2}{x^2+2xy+y^2}} = \sqrt{x^2+y^2}$
7. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}; (2 + \sqrt{3})\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = 1 ; 1$
8. $\left(\frac{9x^{\frac{1}{4}}\sqrt[9]{9^{\frac{1}{2}} \cdot 3^x}}{3\sqrt[3]{3^{-x}}}\right)\frac{1}{x} ; \left[\frac{(x-1)^3}{3}\sqrt{\frac{(x-1)^2}{3}}\right]^4 = 33 - \frac{1}{x} ; \sqrt[3]{\frac{(x-1)^{20}}{3^{16}}}$
9. $(2 + \sqrt{3})\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}; (7 + \sqrt{5})\sqrt{54 - 14\sqrt{5}} = 1 ; 44$

F) Aplica la propiedad de cambio de índice

- 1a. $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[5]{a} = \sqrt[30]{a^{61}}; a^{x+y}$
- 1b. $x^{-y}\sqrt{a^{x^2-y^2}} = \sqrt[15]{x^{-2}}$
- 1c. $\frac{\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[3]{x^5}} = \sqrt[15]{x^{-2}}$
2. $2\sqrt{a} - 3\sqrt[3]{a} + 5\sqrt[4]{a} = 2^{12}\sqrt[12]{a^6} - 3^{12}\sqrt[12]{a^3}$
3. $\frac{5\sqrt[3]{a^2b^2} \cdot 2\sqrt[3]{a^2b}}{2\sqrt{ab} \cdot 3\sqrt[4]{a^3b^3}} = \frac{5^{12}\sqrt[12]{a}}{3^4\sqrt[4]{b}}$
4. $\sqrt[3]{ab^2} \cdot a\sqrt{ab\sqrt{ab}} \cdot \sqrt[9]{a^5b^3} = a^2b^3\sqrt[36]{a^{23}b^{27}}$
5. $\left[\frac{a^3\sqrt{x\sqrt{ax}} \cdot x \cdot \sqrt[5]{a^3\sqrt{a^2x}} \cdot ax \cdot \sqrt[4]{a^3x^2}}{2x}\right]^2 = a^7x^{530}\sqrt[13]{a^{13}x^6} : 2$
6. $\frac{a^3\sqrt{x} \cdot 2x \cdot \sqrt[3]{a^3}}{\sqrt[3]{x\sqrt{2x^3}}(\sqrt{2a})^3} = \frac{a^9}{4} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-\frac{2}{3}}$
7. $\frac{a^4\sqrt{x^5y^{17}} \cdot \sqrt[4]{b^4xy^9}}{\sqrt[4]{x^{13}y^9a^4} \cdot b \cdot \sqrt[4]{x^5y^5}} = \left(\frac{y}{x}\right)^3$
8. $\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} + \sqrt[3]{\sqrt[3]{3\sqrt{3\sqrt{3}}}} = \sqrt[24]{2^{21}} + \sqrt[24]{3^{19}}$

$\sqrt[30]{a^{61}}; a^{x+y}$

$\sqrt[15]{x^{-2}}$

$\sqrt[15]{x^{-2}}$

$2^{12}\sqrt[12]{a^6} - 3^{12}\sqrt[12]{a^3}$

$\frac{5^{12}\sqrt[12]{a}}{3^4\sqrt[4]{b}}$

$a^2b^3\sqrt[36]{a^{23}b^{27}}$

$a^7x^{530}\sqrt[13]{a^{13}x^6} : 2$

$\frac{a^9}{4} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-\frac{2}{3}}$

$\left(\frac{y}{x}\right)^3$

$\sqrt[24]{2^{21}} + \sqrt[24]{3^{19}}$

G) Racionalizar:

Nivel 1

1a.- $\frac{3}{\sqrt{2}}$

1 bc. $\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$; $\frac{5+\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

2a. $\frac{6}{\sqrt[3]{6}}$

2bc. $\frac{x}{\sqrt[4]{x}}$; $\frac{a}{\sqrt[n]{a}}$

3. $\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$; $\frac{3}{\sqrt[5]{5}}$

4a. $\frac{6}{2+\sqrt{2}}$

4bc. $\frac{1}{3-\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

5 a. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}$

5 bc. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$; $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

Nivel 2

6.- $\left(\frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$

7.- $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

8.- $\frac{27}{\sqrt[3]{2}} + \frac{24}{\sqrt[3]{16}} + \frac{15}{\sqrt[3]{81}} + \frac{6}{\sqrt[3]{3}}$

9.- $\frac{1}{\sqrt{3+1}} + \frac{1}{\sqrt{2+1}} + \frac{1}{\sqrt{3-1}} + \frac{1}{\sqrt{2-1}}$

10.- $\sqrt[5]{\frac{3a^3b}{2a^2b^3}}$; $\frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$

11.- $\frac{2}{\sqrt[3]{x-3}\sqrt{y}}$; $\frac{5}{\sqrt[3]{3+3\sqrt{2}}}$; $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt[3]{5-3\sqrt{2}}}$

$\frac{3\sqrt{2}}{2}$
 $\frac{\sqrt{3}}{9}$; $\frac{5\sqrt{2}+6}{2}$
 $\sqrt[3]{6^2}$
 $\frac{5\sqrt{2}}{3}$
 $\frac{7}{3}$
 $\frac{5\sqrt{2}}{3}$
 $\frac{5\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{2+\sqrt{2}}$

ECUACIONES IRRACIONALES

H) Resolver las siguientes ecuaciones irracionales:

Nivel 1

1.- $\sqrt{x+3} = 3$

(x = 6)

2.- $2\sqrt{x-7} = 3\sqrt{x-17}$

3.- $\sqrt{x+1} + 1 = x$

Nivel 2

4.- $3\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 9\sqrt{20x}$

(0)

5.- $2\sqrt{x-7} + 3\sqrt{x+1} = 11\sqrt{x-7}$

(8)

6.- $3\sqrt{a-x} + 4\sqrt{x-b} = 4\sqrt{a-x} + 3\sqrt{x-b}$

$\left(\frac{a+b}{2}\right)$

7.- $2\sqrt{9x+4} - 3\sqrt{4x-11} = 5$

(5)

8.- $2\sqrt{x+17} + \sqrt{x+4} = 3\sqrt{x+8}$

(8)

9.- $5\sqrt{2x+3} - \sqrt{18x-5} = \frac{4x+12}{\sqrt{2x+3}}$

(3)

10.- $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} = 0$

$\left(\frac{1}{4}\right)$

11.- $a+x+\sqrt{2ax+x^2} = b$

$\frac{(a-b)^2}{2b}$

12.- $\frac{4+x}{\sqrt{x+2}} = 2 - \sqrt{x}$

(0)

13.- $\frac{2x-3}{\sqrt{x-2}+1} = 2\sqrt{x-2} - 1$

(6)

14.- $3\sqrt{2x-1} - \sqrt{8x+17} = \frac{2(x-3)}{\sqrt{2x-1}}$

(13)

15.- $\sqrt{6+4+\sqrt{x^4+10x^2+3x+10}} = x+3$

(5)

16.- $\sqrt{3x} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2x} - 2\sqrt{3}$

(6)

17.- $\frac{3\sqrt{x}-5}{2} - \frac{2\sqrt{x}-7}{3} = \sqrt{x} - 1$

(25)

18.- $\sqrt{a-x} - \sqrt{b-x} = \frac{a-b}{\sqrt{b-x}}$

(a)

$[-(1+\sqrt{2})\sqrt{4-3\sqrt{2}}]$
 $5 + \sqrt{15} + \sqrt{10} + \sqrt{7} + \sqrt{5}$
 $\left(\frac{117\sqrt[3]{4}+22\sqrt[3]{9}}{6}\right)$
 $(2\sqrt{2} + \sqrt{3})$
 $\frac{\sqrt[5]{48ab^3}}{2b}$; $\frac{24-\sqrt{6}}{19}$