

Moviment rectilini:

MRU (Moviment Rectilini Unif.):

• Velocitat: $v = \Delta x / \Delta t \rightarrow$ Posició: $x = x_0 + v_0 \cdot \Delta t$

MRUA (Moviment Rectilini Uniformement Accelerat):

• Acceleració i velocitat: $a = \Delta v / \Delta t \rightarrow$

• Posició:

- Si parte del origen de coordenadas: $x_0 = 0 \rightarrow$
- Si el mòbil parte del reposo: $v_0 = 0 \rightarrow$
- Si es caïda lliure: $a = g \rightarrow$
- Extra:

$$v_f = v_0 + a \cdot t$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

Moviment circular:

MCU (Mov. Circular Uniforme):

Pos. angle: $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t \rightarrow$ vel. angular: $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$

$v = \omega \cdot r$; $\omega = 2\pi/T = 2\pi \cdot f$; $f = 1/T = \text{rpm}/60$; $a_n = \frac{v^2}{R}$

MCUA (Mov. Circular Unif. Accelerat):

Pos. angle: $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \rightarrow$ ac. angular: $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$

Arc recor.: $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

acel. Normal: $a_n = v^2 / r$

acel. Tangencial $a_t = \alpha \cdot r \rightarrow$ acel. Total: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

Moviment parabòlic:

Tiro horizontal		Tiro oblicuo	
Eje X (MRU):	Eje Y (CL):	Eje X (MRU):	Eje Y (CL):
$v_x = v_0 = \text{cte.}$	$v_y = gt$	$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$	$v_y = v_{0y} + gt = v_0 \sin \alpha + gt$
$x = x_0 + v_x t$	$y = y_0 + 1/2 g t^2$	$x = x_0 + v_x t = x_0 + (v_0 \cos \alpha) t$	$y = y_0 + v_{0y} t + 1/2 g t^2 = y_0 + (v_0 \sin \alpha) t + 1/2 g t^2$

Composició de moviments

a) Si ambos son perpendiculares: $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$; $m = tg \alpha = y/x$

b) Si forman un ángulo: $v_x = v_1 \cdot \cos \alpha + v_2 \cdot \cos \beta$

$v_y = v_1 \cdot \sin \alpha + v_2 \cdot \sin \beta$

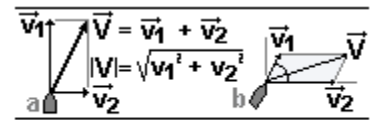


Figura de ejemplo: El objeto se desplaza por un fluido en movimiento.

Instantàneas:

- Veloc. instantànea: $v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$
- Acel. instantànea: $a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$

Ejercicios:

1.- Ejercicios MRU:

1. La velocidad del sonido, 340m/s se toma como unidad de velocidad de los aviones y se llama "MACH". Un avión es supersónico cuando su velocidad es superior a un MACH. Si un avión vuela a 700 Km/h ¿ es supersónico?
2. Salou y Tarragona distan 12 km por una carretera. Si un ciclista viaja de un pueblo al otro con una velocidad constante de 10 m/s. Calcula el tiempo que empleará.
3. Luisa sale de su casa y recorre en línea recta los 200 metros que la separan de la panadería a una velocidad constante de 2 m/s. Permanece en la tienda durante 2 minutos y regresa a casa a una velocidad constante de 4 m/s. a) ¿Cuál ha sido el desplazamiento? b) ¿Qué espacio ha recorrido? c) Cuál ha sido su velocidad media? Sol.:0; 400; 0
4. Dos vehículos salen al encuentro desde dos ciudades separadas por 300 km, con velocidades de 72 km/h y 108 km/h, respectivamente. Si salen a la vez responde a las siguientes preguntas: a) El tiempo que tardan en encontrarse. b) La posición donde se encuentran. Sol.: 1,67 h 120 km del primero
5. Dos vehículos salen al encuentro desde dos ciudades separadas por 200 km, con velocidades de 72 km/h y 90 km/h, respectivamente. Si el que circula a 90 km/h sale media hora más tarde, responde a las siguientes preguntas: a) El tiempo que tardan en encontrarse. b) La posición donde se encuentran. Sol.: 1,5 h 108,9 km
6. Un coche de atracadores sale a la fuga desde Tarragona con una velocidad de 90 km/h. Dos horas más tarde sale de la misma ciudad otro coche de policía en persecución del anterior con una velocidad de 120 km/h calcula: a) El tiempo que tarda en alcanzarlo. b) La posición donde lo coge.

2.- Ejercicios MRUA:

- 1- Un fórmula 1 que parte del reposo, alcanza una velocidad de 216 km/h en 10 s. Calcula su aceleración. $s: 6 \text{ m/s}^2$
- 2- Una locomotora necesita 10 s. para alcanzar su velocidad normal que es 25m/s. Suponiendo que su movimiento es uniformemente acelerado ¿Qué aceleración se le ha comunicado y qué espacio ha recorrido antes de alcanzar la velocidad regular? $\text{Sol.: } 2,5 \text{ m/s}^2; 125 \text{ m}$
- 3- Un vehículo va a una velocidad inicial de 12 m/s y acelera con una aceleración de 2 m/s^2 ¿Cuánto tiempo tardará en adquirir una velocidad de 144 Km/h? $\text{Sol: } t = (40 - 12) / 2 = 14$
- 4- Un tren que va a 30 m/s debe reducir su velocidad a 20 m/s al pasar por un puente. Si realiza la operación en 5 segundos, ¿Qué espacio ha recorrido en ese tiempo? $\text{Sol.: } 125 \text{ m}$
- 5- Un avión despegue de la pista de un aeropuerto, con una velocidad de 144 Km/h después de recorrer 1000 m de la misma, si partió del reposo. Calcular a) la aceleración durante ese trayecto. b) El tiempo que ha tardado en despegar c) La distancia recorrida en tierra en el último segundo. $\text{Sol.: a) } 0,8 \text{ m/s}^2 \text{ b) } 50 \text{ s c) } 39,6 \text{ m}$
- 6.- Una persona está a punto de perder un tren. En un desesperado intento, corre a una velocidad constante de 6 m/s. Cuando está a 32 m de la última puerta del vagón de cola, el tren arranca con una aceleración constante de $0,5 \text{ m/s}^2$. ¿Logrará nuestro viajero aprovechar su billete? $\text{Sol. } t=8 \text{ y } 16$
- 7.- Un coche circula por una carretera recta a una velocidad de 8 m/s y para adelantar, coge una aceleración constante y en 4 seg. su velocidad aumenta hasta 72 Km/h. a) Calcula su aceleración b) Calcula el espacio recorrido en este tiempo c) Determina la posición y la velocidad del coche cuando han pasado 2,5 s. Haz una gráfica x-t y v-t para comprobarlo. $\text{Sol: a) } a=3 \text{ m/s}^2 \text{ b) } s=56 \text{ m c) } x = 29,375 \text{ m } v = 15,5 \text{ m/s}$
- 8.- Un caballo que lleva una velocidad de 8 m/s, acelera uniformemente su marcha de forma que recorre 640 m en 40 s. Calcular: a) La velocidad media durante los 40 s. b) La velocidad final. c) El incremento de velocidad en el tiempo dado. d) La aceleración. $\text{Sol. } 16; 24; 0,4 \text{ m/s}^2$

3.- Ejercicios caída vertical

- V-1.-Un niño arroja una pelota hacia arriba con una velocidad de 15 m/s. Calcular: a) la altura máxima que alcanza la pelota b) el tiempo que tarda en volver a las manos del niño $\text{Sol: } t=1,53 \text{ s } h=11,48 \text{ m}$
- V-2. Se lanza una pelota hacia arriba y se recoge a los 4 s, calcular: a) ¿Con qué velocidad fue lanzada? b) ¿Qué altura alcanzó? $\text{Sol: } 19,6 \text{ m}$
- V-3. Se lanza hacia arriba una flecha y al cabo de 2 s está a 40 metros de altura. Calcula a) la velocidad inicial b) la altura máxima a la que llegará. $\text{Pistas: a) } 40 = v_0 \cdot 2 - \frac{1}{2} 9,8 \cdot 2^2 \rightarrow v_0 = 29,8 \text{ m/s b) } y = 29,8t - 4,9t^2 = 45,3 \text{ m}$
- V-4. Un globo asciende con una velocidad constante de 5 m/s. Cuando se encuentra a 200 m de altura se cae un lastre. Calcula: a) el tiempo que emplea el lastre en llegar al suelo b) Velocidad con que llega al suelo. $\text{Sol.: a) } 6,92 \text{ s b) } -62,98 \text{ m/s}$
- V-5. Un objecte llançat verticalment cap a baix assoleix una velocitat de 30 m/s als 20 m de recorregut. Quant de temps ha trigat? A quina velocitat ha estat llançat?

$$\left. \begin{array}{l} y = y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v = v_0 + a \Delta t \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 0 = 20 - v_0 t - 4,9 t^2 \\ 30 = v_0 + 9,8 t \end{array} \right\} \rightarrow t = \begin{cases} t = 5,36 \text{ s} \\ t = 0,76 \text{ s} \end{cases} \quad v_0 = -22,54 \text{ m/s}$$

- V-6. Deixem caure una pedra des d'una altura de 30 m, i en el mateix instant i des de terra llancem verticalment i cap amunt una altra pedra amb una velocitat de 20 m/s. a) En quin instant es trobaran? b) Quina velocitat portarà cadascuna? c) Calculeu la distància recorreguda per cada una.

$$\text{a) } \left\{ \begin{array}{l} y = y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v = v_0 + a \Delta t \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} y_A = 20t - 4,9t^2 \\ y_B = 30 - 4,9t^2 \end{array} \right. \quad y_A = y_B; \quad t = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ s}$$

$$\text{b) } \left\{ \begin{array}{l} v_A = 20 - 9,8t \\ v_B = -9,8t \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} v_A = 20 - 9,8 \cdot 1,5 = 5,3 \text{ m/s} \\ v_B = -9,8 \cdot 1,5 = -14,7 \text{ m/s} \end{array} \right.$$

$$\text{c) } y_A = 20 \cdot 1,5 - 4,9 \cdot 1,5^2 = 18,975 \text{ m} \\ y_B = 30 - 4,9 \cdot 1,5^2 = 18,975 \text{ m} \rightarrow \Delta y = 18,975 - 30 = -11,025 \text{ m}$$

- V7-7. Llançem verticalment cap amunt una bala, que tarda 20 s a parar-se. Amb quina velocitat l'hem llançada i a quina altura ha arribat?

$$\left. \begin{array}{l} y = y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v = v_0 + a \Delta t \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} y = v_0 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 20^2 \\ v_0 = 9,8 \cdot 20 = 196 \text{ m/s} \end{array} \right\} \rightarrow y = 1960 \text{ m}$$

- V-7. Es llancem cap amunt dos cossos amb velocitat de 20 m/s i 30 m/s, respectivament, el segon cos 1 s més tard que el primer. Calculeu el temps, l'altura i la velocitat quan es troben.

$$\left\{ \begin{array}{l} y_A = 20t - 4,9t^2 \\ y_B = 30(t-1) - 4,9(t-1)^2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} v_A = 20 - 9,8t \\ v_B = 30 - 9,8(t-1) \end{array} \right. \rightarrow y = 20 \cdot 1,76 - 4,9 \cdot 1,76^2 = 20,02 \text{ m} \\ v_A = 2,75 \text{ m/s} \quad v_B = 22,55 \text{ m/s}$$

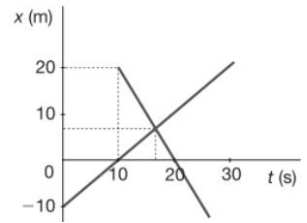
- V-8. Dos nois llancen una pedra cap amunt. El primer està a terra i la llança a 60 m/s; el segon està enfilat a una escala 10 m per sobre del terra i la llança 2 s més tard a 70 m/s. Calculeu el temps, la velocitat i l'altura quan es troben les dues pedres.

$$\left. \begin{array}{l} y_A = 60t - 4,9t^2 \\ y_B = 10 + 70(t-2) - 4,9(t-2)^2 \end{array} \right\} y_A = y_B \rightarrow \boxed{t = 5,05 \text{ s}} \quad \boxed{y = 178,04 \text{ m}} \quad \left. \begin{array}{l} v_A = 60 - 9,8t \\ v_B = 70 - 9,8(t-2) \end{array} \right\} \boxed{v_A = 10,47 \text{ m/s}} \quad \boxed{v_B = 40,07 \text{ m/s}}$$

Bat MG:

MG1. En el gràfic següent representem el moviment de dues partícules damunt una superfície rectilínia. Trobeu:

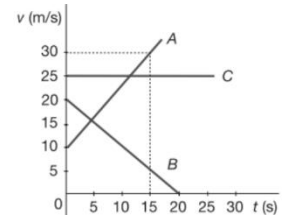
- a) L'equació del moviment de cada partícula.
- b) On es troben i quin és el temps de trobada, gràficament i numèricament.



MG2. Escriviu l'expressió de la posició en funció del temps per a un mòbil que es desplaça sobre l'eix OX amb una acceleració constant de -4 m/s^2 , si sabem que en l'instant $t = 4 \text{ s}$ es troba en la posició $x = 16 \text{ m}$ i la seva velocitat és de 6 m/s . Quina serà la posició i quina serà la velocitat en l'instant $t = 5 \text{ s}$? Feu els gràfics posició-temps i velocitat-temps.

MG3. Determineu per a cada un dels mòbils representats en la figura

- a) L'acceleració i l'equació del moviment i de la velocitat.
- b) Si tots tres surten de la mateixa posició, trobeu: On es troben, dos a dos. Temps en què porten la mateixa velocitat, gràficament i matemàticament.



MG4. El temps dels primers classificats de la final olímpica d'una cursa de natació és: medalla d'or, $47,14 \text{ s}$, i medalla de plata, $47,5 \text{ s}$. Sabem que tota la cursa va amb MRUA i l'acceleració del medalla d'or és $0,09 \text{ m/s}^2$. De quina prova es tracta i amb quina acceleració va el medalla de plata?

MG5 Un motorista es troba inicialment aturat en un semàfor i arrenca amb acceleració d' $1,5 \text{ m/s}^2$, movent-se en línia recta i cap a la dreta. En el mateix moment, un automòbil que es mou amb una velocitat constant de 108 km/h , es troba a 2 km del motorista, i es mou cap a l'esquerra. Calculeu en quin moment es troben i en quina posició ho fan.

MG6. Dos mòbils es mouen seguint una trajectòria rectilínia entre els punts A i B situats a 500 m l'un de l'altre. El primer surt d'A amb una velocitat de 10 m/s , va cap a B amb una acceleració constant i arriba a B amb una velocitat de 50 m/s . El segon surt de B 3 s més tard amb velocitat constant de 20 m/s cap a A. Calculeu: a) Quina acceleració té el mòbil A? b) En quin punt es trobaran? c) En quin punt està el mòbil que surt d'A en el moment que té la mateixa velocitat que el mòbil B?

MG7. Des del terra llancem cap amunt dos cossos amb velocitat de 20 m/s i 30 m/s , respectivament, el segon cos 1 s més tard que el primer. Calculeu el temps, l'altura i la velocitat quan es troben.

MG8. Dos nois llancen una pedra cap amunt. El primer està a terra i la llança a 60 m/s ; el segon està enfilat a una escala 10 m per sobre del terra i la llança 2 s més tard a 70 m/s . Calculeu el temps, la velocitat i l'altura quan es troben les dues pedres.

Solucions/pistes:

MG1	$v_A = \frac{0 - (-10)}{10 - 0} = 1 \text{ m/s}$ $x_A = -10 + t$ $v_B = \frac{0 - 20}{20 - 10} = -2 \text{ m/s}$ $x_B = 40 - 2t$
MG2	$x = 16 + 6(t - 4) - \frac{1}{2} 4(t - 4)^2 \rightarrow x = -2t^2 + 22t - 40 \quad x(5) = 20 \text{ m}$ $v = v_0 + a \Delta t \rightarrow v = 6 - 4(t - 4) \rightarrow v(5) = 2 \text{ m/s}$
MG3	<p>a</p> $\left. \begin{aligned} v_A &= 10 + 1,33t \\ x_A &= 10t + \frac{1}{2} \cdot 1,33t^2 \rightarrow x_A = 10t + 0,66t^2 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} v_B &= 20 - t \\ x_B &= 20t - 0,5t^2 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} v_C &= 25 \text{ m/s} \\ x_C &= 25t \end{aligned} \right\}$ <p>b</p> $x_A = x_B \rightarrow \begin{cases} 10t + 0,66t^2 = 20t - 0,5t^2 \\ t = \frac{10}{1,16} = 8,62 \text{ s} \end{cases} \quad x_{AB} = 135,24 \text{ m}$ $x_B = x_C \rightarrow \begin{cases} 20t - 0,5t^2 = 25t \\ t = -10 \text{ s} \text{ no es troben.} \end{cases} \quad x_A = x_C \rightarrow \begin{cases} 10t + 0,66t^2 = 25t \\ t = 22,5 \text{ s} \quad x = 562,5 \text{ m} \end{cases}$ $v_A = v_B \rightarrow \begin{cases} 10 + 1,33t = 20 - t \\ t = 4,29 \text{ s} \quad v = 15,7 \text{ m/s} \end{cases} \quad v_B = v_C \rightarrow \begin{cases} 20 - t = 25 \\ t = -5 \text{ s} \text{ No} \end{cases} \quad v_A = v_C \rightarrow \begin{cases} 10 + 1,33t = 25 \\ t = 11,28 \text{ s} \quad v = 25 \text{ m/s} \end{cases}$
MG4	$x = \frac{1}{2} \cdot 0,09 \cdot 47,14^2 = 100 \text{ m}$ $a_{2n} = \frac{2x}{t^2} = \frac{2 \cdot 100}{47,5^2} = 0,088 \text{ m/s}^2$
MG5	$x_M = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot t^2$ $x_A = 2000 - 30t$ $t = \frac{-30 \pm 83,07}{1,5} = 35,38 \text{ s}$ $x = 2000 - 30 \cdot 35,38 = 938,67 \text{ m}$
MG6	<p>a</p> $\left. \begin{aligned} x &= x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v &= v_0 + a \Delta t \end{aligned} \right\} t = \frac{40}{a_A} \quad a_A = \frac{1200}{500} = 2,4 \text{ m/s}^2$ <p>b</p> $\left. \begin{aligned} x_A &= 10t + 1,2t^2 \\ x_B &= 560 - 20t \end{aligned} \right\} t = 12,46 \text{ s} \quad x = 310,83 \text{ m}$ <p>c</p> $\left. \begin{aligned} x &= 10t + 1,2t^2 \\ v &= 10 + 2,4t \end{aligned} \right\} t = 4,17 \text{ s} \quad x = 62,57 \text{ m}$
MG7	$\left\{ \begin{aligned} y_A &= 20t - 4,9t^2 \\ y_B &= -34,9 + 39,8t - 4,9t^2 \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} v_A &= 20 - 9,8t \\ v_B &= 39,8 - 9,8t \end{aligned} \right\} \rightarrow t = 1,76 \text{ s} \quad y = 20,02 \text{ m} \quad v_A = 2,75 \text{ m/s} \quad v_B = 22,55 \text{ m/s}$
MG8	$\left. \begin{aligned} y_A &= 60t - 4,9t^2 \\ y_B &= 10 + 70(t - 2) - 4,9(t - 2)^2 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} y_B &= -149,6 + 89,6t - 4,9t^2 \\ y_A &= 60t - 4,9t^2 \end{aligned} \right\} y_A = y_B \rightarrow t = 5,05 \text{ s} \quad v_A = 10,51 \text{ m/s}$ $y = 178,04 \text{ m} \quad v_B = 40,11 \text{ m/s}$

4.- Ejercicios mov. circular

- C-1** Un punto describe una trayectoria circular de 30 cm de radio, tardando 3,52 s en dar 5 vueltas. Calcular: a) La velocidad angular en r.p.m. y en rad/s b) velocidad lineal c) El periodo y la frecuencia del movimiento d) El ángulo girado al cabo de 0,85 s de iniciado el movimiento. e) Su aceleración centrípeta
- C-2.** En el laboratorio se estudia el movimiento de un disco, de radio 10 cm, que gira con velocidad constante, midiéndose el tiempo que tarda en dar cinco vueltas. Los valores obtenidos se dan en la tabla adjunta.
- | Medida | t (s) . Cinco vueltas |
|--------|-----------------------|
| 1 | 4,252 |
| 2 | 4,305 |
| 3 | 4,221 |
- a) Calcular la velocidad angular del disco, su frecuencia, su periodo y sus rpm.
b) Determinar la velocidad lineal de un punto de su periferia y de otro situado a 3 cm del centro. c) ¿Cuánto tardará en girar 120°?
- C-3.** Un punto recorre una trayectoria circular de radio 36 cm con una frecuencia de 0,25 s⁻¹.
a) Calcular el periodo del movimiento. b) Calcular la velocidad angular y la lineal.
c) Determinar el ángulo girado en 1,54 s. d) La aceleración normal o centrípeta.
- C-4.** Un punto gira describiendo círculos con velocidad constante de forma tal que describe un ángulo de 180° en 1,543 s.
a) Calcular su velocidad angular b) Determinar el periodo y la frecuencia del movimiento
c) Suponiendo que los ángulos empiezan a contarse a partir del punto más alto de la trayectoria y que el cronómetro se pone en marcha cuando el punto está formando un ángulo de 30° con la vertical (ver esquema) ¿en qué posición se encuentra el punto cuando transcurran 2,500 s?
- C-5.** Una partícula describe una circunferencia de 20 cm de radio. Partiendo del reposo, se mueve con una aceleración angular constante de 0,1 rad/s². Calcula cuando han pasado 10 s.:
a) Módulo de la aceleración normal b) Módulo de la aceleración tangencial c) Módulo de la aceleración
d) Longitud de arco recorrida.
- C-6.** Si la Tierra da una vuelta alrededor de su eje cada 24 horas, calcular a). ¿Cuál es su velocidad angular en rad/h.? b). ¿Qué velocidad lineal, en km/h, corresponde a un punto del Ecuador en este movimiento de rotación? Datos: Radio de la Tierra: 6370km.
- C-7.** Un automóvil circula a una velocidad constante de 15 m/s. si las ruedas del automóvil tienen un radio de 30 cm. Calcula: a) Velocidad angular de las ruedas en r.p.m. b) N° de vueltas que dan las ruedas en un minuto.
- C-8.** Calcula el ángulo de una partícula en movimiento circular que parte del reposo, cuando el módulo de la aceleración tangencial es el doble que el de la normal.
- C-9.** Són les dotze en punt. Tant l'agulla horària com l'agulla minutera del rellotge apunten cap amunt. En quin instant tornaran a coincidir, per primer cop, les dues agulles del rellotge?
- C-10.** Una centrifugadora de 12 cm de radi que està inicialment en repòs accelera uniformement durant 20 s. En aquest interval de temps, $\alpha = 100 \text{ rad/s}^2$. Després manté constant la velocitat adquirida. a) Amb quina velocitat gira la centrifugadora quan fa 20 s que funciona? Expressau el resultat en rpm. b) Quantes voltes ha de fer la centrifugadora després de funcionar durant 20 s? I després de funcionar 50 s? c) Calculeu les acceleracions tangencial i normal que com a màxim tenen els objectes a l'interior de la centrifugadora quan aquesta fa 1 min que gira.
- C-11.** Un ventilador de 30 cm de diàmetre està en funcionament i durant un cert interval de temps podem considerar que es mou descrivint un moviment circular uniforme seguint l'equació del moviment $\varphi = \pi t$. Calculeu:
a) La velocitat lineal i l'angular del ventilador. b) Les voltes i l'arc recorregut que ha fet el ventilador si ha funcionat descrivint un moviment circular uniforme durant 1 h.

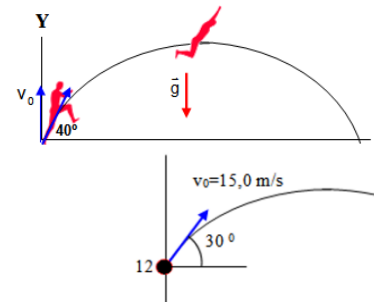
Soluciones/pistes:

C1	$\omega = \frac{5 \text{ vueltas}}{3,52 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 2,84 \pi = 8,92 \frac{\text{rad}}{\text{s}} ; v = \omega \cdot r = 2,68 \text{ m/s}; f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,704 \text{ s}} = 1,420 \text{ Hz} ; \varphi = \omega \cdot t = \approx 7,58 \text{ rad} ; a_n = \omega^2 R = (2,84 \pi)^2 \cdot 0,30 \text{ m} = 23,88 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
C2	$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \approx 7,38 \frac{\text{rad}}{\text{s}} ; f = 1,17 \text{ Hz}; T = 0,85 \text{ s}; \text{rpm} = f \cdot 60 = 70,2; t = \frac{\phi}{\omega} = \frac{0,67\pi}{2,35\pi} = 0,283 \text{ s}$
C3	$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ s}; \omega = 2\pi f = 1,57; v = \omega \cdot r \approx 0,57; \varphi = \omega t = 2,42 a_n = \frac{v^2}{R} = 0,89 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
C4	$\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{1,543 \text{ s}} = 0,65 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 0,65 \pi \text{ s}^{-1}; f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3,086 \text{ s}} = 0,32 \text{ s}^{-1}; \varphi = \varphi_0 + \omega t = 322,2^\circ$
C5	a) $a_n = \omega^2 \cdot r = 1^2 \cdot 0,2 = 0,2 \text{ m/s}^2$ b) $a_t = \alpha \cdot r = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02$ c) $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 0,201$ d) $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a_t \cdot t^2 = 1 \text{ m}$
C6	a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} = 72,72 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$ b) $v = \omega \cdot R = 463,22 \text{ m/s} = 1668 \text{ km/h}$
C7	a) $\omega = \frac{v}{r} = \frac{15}{0,3} = 50 \text{ rad/s} = 477,46 \text{ rpm}$ b) $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t = 0 + 50 \cdot 60 = 3000 \text{ rad} = 477,56 \text{ rev.}$
C8	$\alpha \cdot r = 2 \omega^2 \cdot r \rightarrow \omega = 0,25 \text{ rad}$
C9	$\omega_h = \frac{1 \text{ volta}}{12 \text{ hores}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \cdot \frac{1 \text{ hora}}{3600 \text{ s}} = 4,63 \cdot \pi \cdot 10^{-5} \text{ rad/s} \quad \varphi_h = \omega_h \cdot t = 4,63 \pi \cdot 10^{-5} \cdot t$ $\omega_m = \frac{1 \text{ volta}}{1 \text{ hora}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ volta}} \cdot \frac{1 \text{ hora}}{3600 \text{ s}} = 5,56 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ rad/s} \quad \varphi_m = \omega_m \cdot t = 5,56 \pi \cdot 10^{-4} \cdot t$ $\varphi_m = \varphi_h + 2\pi \rightarrow \omega_m \cdot t = \omega_h \cdot t + 2\pi \rightarrow t = 1 \text{ h } 5 \text{ min } 27 \text{ s}$
C10	a) $\omega = \alpha t \rightarrow \omega = 100 \pi \cdot 20 = 60000 \text{ rpm}$ b) $\theta = \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2 = \frac{1}{2} 100 \pi \cdot 20^2 = 10000 \text{ voltes} \quad \theta = \theta_0 + \omega \Delta t \rightarrow \theta = 40000 \text{ voltes}$ c) $a_t = \alpha \cdot r \rightarrow a_t = 0, a_n = \omega^2 \cdot r = (2000 \pi)^2 \cdot 0,12 = 4737410,11 \text{ m/s}^2$
C11	a) $\varphi = \varphi_0 + \omega (t - t_0) \quad \omega = \pi = 3,14 \text{ rad/s} \quad v = \omega r = 3,14 \cdot \frac{d}{2} = 3,14 \cdot \frac{0,3}{2} = 0,47 \text{ m/s}$ b) $1 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{3,14 \text{ rad}}{\text{s}} = 1800 \text{ voltes} = 1696 \text{ m}$

4.- Ejercicios mov. parabólico

P-1. Desde una ventana situada a 20 m sobre el suelo se lanza *horizontalmente* un objeto con una velocidad de 15 m/s. Determinar: a) Las ecuaciones que describen el movimiento del objeto. b) El punto en que toca el suelo. c) La velocidad con que llega al suelo.

P-2. Un saltador de longitud llega a la tabla de batida con una velocidad de 8,5 m/s e inicia el vuelo con un ángulo de 40°. Determinar:
 a) Las ecuaciones del movimiento. b) El alcance del salto.
 c) La altura máxima alcanzada. d) Altura y velocidad a los 0,75 s.



P-3 Desde una ventana de un edificio situada a 12 m del suelo se lanza una pelota con una velocidad de 15 m/s formando un ángulo de 30° con la horizontal. Determinar:

- a) Las ecuaciones que describen el movimiento de la pelota:
 - Si se toma como origen el de coordenadas.
 - Si se toma como origen el lugar de lanzamiento.
- b) ¿Cuánto tiempo tardará en chocar con el suelo?
- c) ¿Cuánto tiempo tardará en pasar por delante de un balcón situado 2 m por encima del lugar de lanzamiento?
- d) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

P-4 Desde una altura de 16 m lanzamos un paquete oblicuamente hacia abajo con una velocidad que forma un ángulo respecto a la horizontal, tal que $\sin \alpha = -0,6$ y $\cos \alpha = 0,8$. En el mismo momento, una persona que está situada sobre el eje x a 10 m del origen, se dirige hacia el paquete con una velocidad constante de 4 m/s y lo coge en el momento en el que el paquete llega al suelo. Calcula:

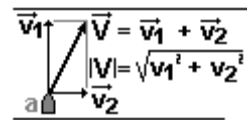
- a) Tiempo que el paquete tarda en llegar al suelo. b) Velocidad con que llega c) posición cuando el paquete llega al suelo.

P-5 Un futbolista xuta una pilota amb un angle de 37° amb l'horitzontal i una velocitat inicial de 17 m/s. Un segon futbolista, situat a 30 m del primer, comença a córrer cap a la pilota amb acceleració constant en el mateix moment en què el primer xuta. Quina velocitat porta el segon jugador quan arriba a la pilota, si ho fa just abans que aquesta toqui el terra?

Composició de moviments:

CO-1 Una barca de pesca, considerada puntual, quiere atravesar perpendicularmente un río de 20m de ancho y desarrolla una velocidad de 8 m/s. Si la velocidad de la corriente del río es de 2 m/s. calcula:

- a) Tiempo que la barca tarda en llegar al otro margen b) Desplazamiento horizontal al llegar al otro margen c) espacio recorrido y la velocidad de la barca d) Espacio recorrido en el tiempo del apartado a si navegase en sentido de la corriente. e) Espacio recorrido en el tiempo del apartado a si navegase en sentido contrario a la corriente.



CO-2. L'aigua d'un riu de 160 m d'amplada es mou a 10 m/s. Una barca surt d'un dels seus marges en direcció perpendicular al riu amb una velocitat de 4 m/s. Simultàniament, surt una altra barca navegant contracorrent seguint el centre del riu i des d'un punt situat a 1 km del primer aigües avall. Les dues barques es creuen en el punt mitjà del riu. Calculeu: a) el temps que tarden a creuar-se. b) La distància recorreguda per la segona barca fins que es creua amb la primera. c) La velocitat de la segona barca respecte de l'aigua.

Soluciones/pistes:

P1: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \frac{m}{s}$; $tg \alpha = \frac{20}{15} = 1,333$; $\alpha = 53,1^\circ$

P2: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6,5^2 + 2,0^2} = 6,8 \frac{m}{s}$

P3: $y_{(t=0,75)} = 12 + 7,5 \cdot 0,75 - 5 \cdot 0,75^2 = 14,81 \text{ m}$. $y_{(t=0,75)} = -7,5 \cdot 0,75 + 5 \cdot 0,75^2 = -2,81 \text{ m}$

P4: a) $4,9 t^2 - 3t - 8,5 = 0 \rightarrow t = 1,66 \text{ s}$ b) $v_{oa} = 10 - 4t / 0,8 t = 2,54 \text{ m/s}$ c) $x_b = 10 - 4t = 3,37$

P5:

Jug 1 Parab.
$$\left. \begin{aligned} x &= v_{0x}t \\ y &= y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} x &= 13,58t \\ y &= 10,23t - 4,9t^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow t(10,23 - 4,9t) = 0 \rightarrow t = \frac{10,23}{4,9} = 2,09 \text{ s}$$

Jug 2 MRUA
$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \\ v &= v_0 + at \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} v_0 &= 0 \\ x_0 &= 30 \text{ m} \\ x &= 28,35 \text{ m} \\ t &= 2,09 \text{ s} \end{aligned} \right\} 28,35 = 30 + \frac{1}{2}a \cdot 2,09^2 \rightarrow a = -0,75 \text{ m/s}^2 \quad v = -1,58 \text{ m/s}$$

CO1: Sol: a) 2,5 b) 5m c) 20,6 m 8,25 m d) 25m e) -15 m

CO2: a) $\frac{\Delta y}{2} = \frac{160}{2} = 80 \text{ m}$. $y_1 = v_1' \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{y_1}{v_1'} = \frac{80}{4} = 20 \text{ s}$ b) $\Delta x_2 = 1000 - 200 = 800 \text{ m}$

c) $v_2 = \frac{-\Delta x_2}{\Delta t} = \frac{-800}{20} = -40 \text{ m/s}$ $v_2 = v_2' + v_0 \Rightarrow v_2' = v_2 - v_0 = -40 - 10 = -50 \text{ m/s}$