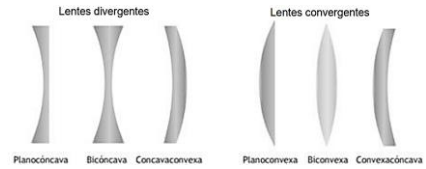
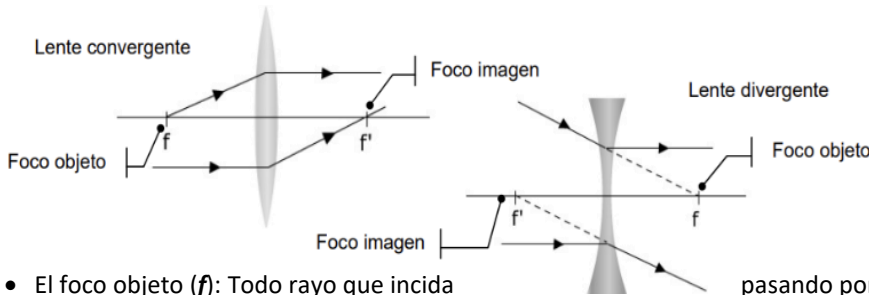


Óptica geométrica. Lentes – espejos – Dióptricos

Lentes delgadas:



- El foco objeto (f): Todo rayo que incida eje de la lente. pasando por el foco objeto se refracta paralelamente al eje de la lente.
- El foco imagen (f'): punto del eje óptico por el que pasa todo rayo refractado si incide paralelo al eje de la lente.
 - En lente convergente el foco objeto se sitúa a la izquierda y el foco imagen a la derecha.
 - En lente divergente el foco objeto se sitúa a la derecha y el foco imagen a la izquierda.
- Cualquier rayo que incida pasando por el centro de la lente no sufre refracción.

1 -> **Ecuación de las lentes delgadas:** $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$

2 -> **Potencia:** inversa de su distancia focal: $P = \frac{1}{f'}$ → medida en m^{-1} (metros⁻¹ o **dioptrías** (D))

3 -> **Aumento lateral:** $m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

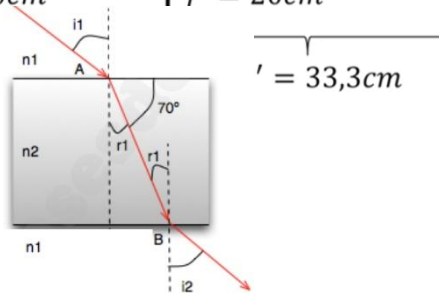
Ejemplo lente convergente:

$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ → $\frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s}$ → $\frac{1}{s'} = \frac{s + f'}{f's}$ → $s' = \frac{f's}{s + f'} = \frac{20cm \cdot (-50cm)}{-50cm + 20cm} = 33,3cm$
 1 ec. 1 inc

$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{33cm}{-50cm} = -0,66$
 $y' = -0,66y$
 $y' = -0,66 \cdot 10cm$
 $y' = -6,6cm$

Lentes gruesas. Dióptricos

Provocan un desplazamiento del rayo:



Ejemplo:

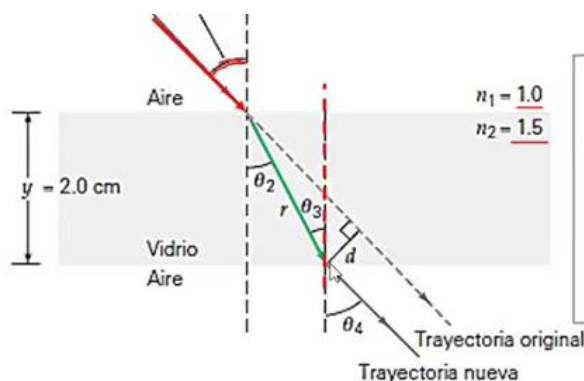
Un rayo de luz va por el aire y llega a la cubierta de vidrio de una mesa de café, formando un ángulo de 45° (▼ figura 22.11). El vidrio tiene un índice de refracción de 1.5.

- ¿Cuál es el ángulo de refracción de la luz que pasa al vidrio? 28.13°
- Demuestre que el rayo que sale del vidrio es paralelo al rayo incidente, esto es, que $\theta_4 = \theta_1$.
- Si el vidrio tiene 2.0 cm de espesor, ¿cuál es el desplazamiento lateral entre el rayo que entra al vidrio y el que sale de él? (El desplazamiento lateral es la distancia perpendicular entre los dos rayos: d en la figura 22.10.)

$\theta_2 = \text{Arcsen} \left(\frac{n_1}{n_2} \times \text{sen} \theta_1 \right)$

$\theta_2 = \text{Arcsen} \left(\frac{1}{1.5} \times \text{sen} 45^\circ \right) = 28.13^\circ$

$\theta_2 = \theta_3$ (ángulos equivalentes)



Espejos:

Espejos planos:

- Los rayos que llegan a un espejo se reflejan siguiendo las leyes de la reflexión.
- Un rayo que incide perpendicularmente al espejo se refleja sobre sí mismo.
- La imagen se forma en la intersección de los rayos, al otro lado de la superficie reflectante, derecha y del mismo tamaño, y a una distancia (s') igual a la que se sitúa el objeto del espejo (s). $s = s'$; $y = y'$
Las imágenes formadas son virtuales, ya que no pueden ser recogidas por una pantalla
- Las imágenes formadas presentan inversión lateral derecha/izquierda.

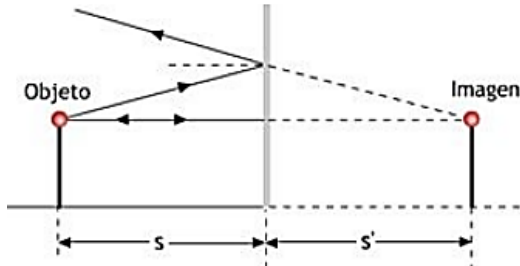


Imagen:

- Virtual
- Derecha
- Del mismo tamaño
- Distancia imagen=distancia objeto

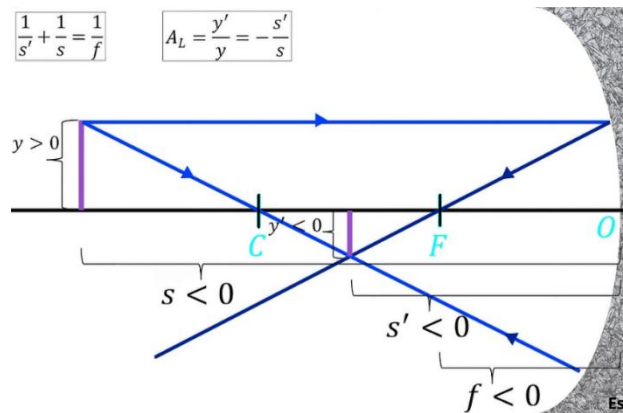
Cóncavos o convexos

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} ; m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

- Rayo incidente paralelo es reflejado y pasa por el foco (F).
- Rayo que pasa por C (Centro de curvatura) no se desvía y se refleja sobre sí mismo.

En los espejos cóncavos la imagen es real e invertida si el objeto se sitúa más allá del foco y virtual y derecha si el objeto se sitúa entre el foco y el espejo.

En los espejos convexos la imagen es siempre virtual, derecha y más pequeña que el objeto.



Ejercicios:

1 (Oviedo 2010) Usando una lente convergente con distancias focales $f = f' = 4,0 \text{ cm}$, mediante un diagrama de rayos, determine la posición y el aumento lateral de la imagen que produce dicha lente de un objeto de 1,5 cm de altura situado perpendicularmente al eje óptico a 6,0 cm de la lente y expónganse las características de dicha imagen.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s' = 12 \text{ cm}; m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{12}{-6} = -2 \rightarrow y' = m \cdot y = -3 \text{ cm} \text{ La imagen invertida y de mayor tamaño}$$

2. (Oviedo 2009) Usando una lente divergente con distancias focales $f = f' = 5,0 \text{ cm}$, mediante un diagrama de rayos, determine la posición y el aumento lateral de la imagen que produce dicha lente de un objeto de 1,5 cm de altura situado perpendicularmente al eje óptico a 8,0 cm de la lente y expónganse las características de dicha imagen.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s' = -3,1 \text{ cm}; m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-3,1}{-8} = 0,39 \rightarrow y' = m \cdot y = 0,59 \text{ cm}$$

3 (Oviedo 2009) ¿Qué es la dioptría? Calcule el número de dioptrías de una lente de distancia focal 25 cm

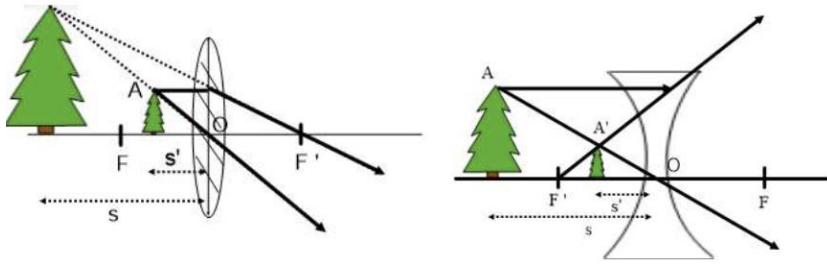
Sol: La dioptría (D) es la unidad (S.I.) de medida de la potencia de una lente, que se define como el inverso de la distancia focal. Una dioptría es la potencia de una lente que tenga una distancia focal de 1,0 m. Dimensionalmente: $P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,25} = 4D$

4 (Ov 2008) Se utiliza un pequeño espejo cóncavo de 50 cm de distancia focal para ampliar las imágenes de nuestra cara. Determine la posición (respecto del centro del espejo) y tamaño de la imagen de nuestra boca de 5,0 cm cuando la situamos a una distancia de 25 cm del centro del espejo (suponga que la boca está centrada respecto del espejo)

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \rightarrow s' = 50 \text{ cm}; m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = 2 \rightarrow y' = m \cdot y = 10 \text{ cm} \rightarrow \text{imagen virtual, derecha y de doble tamaño.}$$

5. Andalucía 2022. a) Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y una lente convergente. Justifique las características de la imagen. b) Un objeto de 30 cm de altura se coloca a 2 m de distancia de una lente delgada divergente. La distancia focal de la lente es de 50 cm. Indicando el criterio de signos aplicado, calcule la posición y el tamaño de la imagen formada. Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.

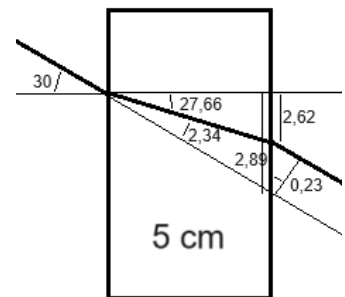
Solución:



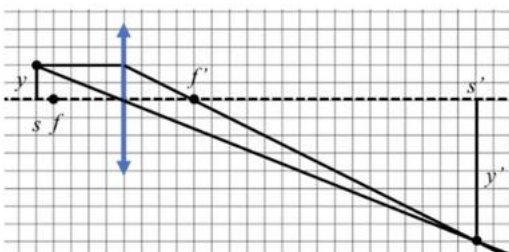
- a) La imagen es virtual, derecha y de mayor tamaño
 b) Ecuación de las lentes delgadas: $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \rightarrow s' = -0,4\text{m}$ $m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \rightarrow \frac{y'}{0,3} = \frac{-0,4}{-2} \rightarrow y' = 6\text{ cm}$
 La imagen siempre es derecha y de menor tamaño que el objeto

Dióptricos. Un rayo luminoso atraviesa una lámina de caras plano-paralelas de 5,0 cm de espesor y 1,4 de índice de refracción, sumergida en agua ($n = 1,3$). Calcule el desplazamiento del rayo si ha incidido con un ángulo de 30° sobre la lámina.

Sol: Snell: $\sin 30 / \sin \alpha = n_2 / n_1 = 1,4 / 1,3 \rightarrow \alpha = 27,66$ $\beta = 30 - 27,66 = 2,34^\circ$
 $x = 5 / \cos 27,7 = 5,65 \rightarrow d = x \cdot \sin \beta = 5,65 \sin 2,34 = 0,23\text{ cm}$

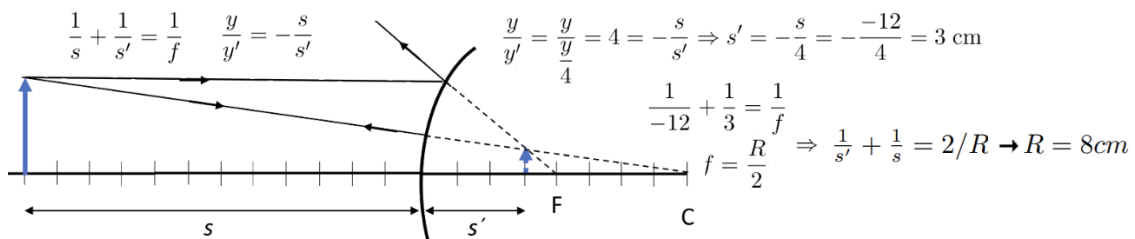


2024 Sep Cat Un ull hipermetrop no és capaç d'enfocar objectes propers a la retina, sinó que els enfoca darrere d'aquesta, i per això els veu borrosos. L'Anna no és capaç d'enfocar bé els objectes que són més a prop de 70 cm i necessita unes ulleres amb lents convergents per a llegir. a) L'Anna normalment situa el llibre a 35 cm i la imatge creada per la lent ha de ser a 70 cm perquè la pugui enfocar correctament. Calculeu la distància focal de la lent correctora i la seva potència. b) Calculeu on es formarà la imatge d'un objecte de 10 cm d'alçària situat a 25 cm davant d'una lent convergent de 20 cm de distància focal. Calculeu, també, la mida de la imatge i esmenteu les seves característiques (més gran o més petita, real o virtual, dreta o invertida). Dibuixeu a la quadrícula de sota el diagrama de raigs amb la lent, l'objecte i la imatge.



a) criteri DIN: $s = -35\text{cm}$ $s' = -70\text{cm}$ $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$
 $\rightarrow \frac{1}{-70} - \frac{1}{-35} = -\frac{1}{70} + \frac{2}{70} = \frac{1}{70} = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = 70\text{cm}$
 $P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,7} = 1,43\text{ D}$
 b) $s = -25\text{cm}$ $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$ $\rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-25} = \frac{1}{20}$ $\mid \frac{1}{s'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{25} = \frac{5}{100} - \frac{4}{100} = \frac{1}{100}$
 $y' = y \frac{s'}{s} = 10 \cdot \frac{100}{-25} = -40\text{ cm.}$ +gran/real/invertida

Madrid 2025. Se desea fabricar un espejo convexo tal que, al situar un objeto a la izquierda del espejo a 12 cm de distancia, se forme una imagen cuyo tamaño se reduzca a la cuarta parte de su tamaño original
 a) Determine la posición en la que se formará la imagen y el radio de curvatura del espejo
 b) Realice el correspondiente diagrama de rayos.



Madrid 2024. Un objeto de 4 mm de altura está situado 20 cm a la izquierda de una lente delgada. La imagen que se forma es derecha y tiene una altura de 2 mm.

- Calcule la potencia de la lente e indique si es convergente o divergente.
- Elabore el trazado de rayos correspondiente a la situación descrita.

$$\frac{y'}{y} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{s'}{s} \Rightarrow s' = \frac{s}{2}$$

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{2}{s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,2} = -5 \text{ m}^{-1} = -5 \text{ dioptrías}$$

El signo negativo en la potencia indica que la lente es divergente.

Madrid 2024 El prisma de sección triangular mostrado en la figura está hecho de un material con índice de refracción n_p . Se halla inmerso en aire, con índice de refracción igual a 1.

- Determine el índice de refracción n_p si se sabe que el ángulo límite para la reflexión total en el paso del prisma al aire vale $45,58^\circ$.
- Considere un rayo de luz que incide perpendicularmente sobre la superficie del prisma desde el aire, en el punto P. Elabore un diagrama mostrando su recorrido en el interior del prisma hasta que vuelve a emerger al aire, y calcule el ángulo de refracción a la salida.

- ley de Snell

$$n_p \text{ sen } 45,58^\circ = n \text{ sen } 90^\circ \Rightarrow n_p = n \frac{\text{sen } 90^\circ}{\text{sen } 45,58^\circ} = 1,40$$
- ángulo de incidencia, 60° , es superior al ángulo límite es reflejado a la salida del prisma: $n_p \text{ sen } 30^\circ = n \text{ sen } \theta_r \Rightarrow$

$$\text{sen } \theta_r = \frac{n_p}{2n} = 0,7 \Rightarrow \theta_r = 44,43^\circ$$

Andalucía 2018 a) Explique dónde debe estar situado un objeto respecto a una lente delgada para obtener una imagen virtual y derecha: (i) Si la lente es convergente; (ii) si la lente es divergente. Realice en ambos casos las construcciones geométricas del trazado de rayos e indique si la imagen es mayor o menor que el objeto. b) Un objeto luminoso se encuentra a 4 m de una pantalla. Mediante una lente situada entre el objeto y la pantalla se pretende obtener una imagen del objeto sobre la pantalla que sea real, invertida y tres veces mayor que él. Determine el tipo de lente que se tiene que utilizar, así como su distancia focal y la posición en la que debe situarse, justificando sus respuestas.

- En una lente convergente, el objeto debe encontrarse entre el foco y la lente. Es el caso de una lupa. La imagen es virtual, derecha y mayor que el objeto. En el caso de una lente divergente, da igual dónde coloquemos el objeto. Siempre se producirá una imagen virtual, derecha y de menor tamaño.

b) Debe ser convergente, y el objeto debe estar más alejado de la lente que su punto focal. Si queremos, además, que la imagen sea mayor que el objeto, la distancia s del objeto a la lente, no debe ser superior a dos veces la distancia focal.

3 veces mayor que el objeto y está invertida: $\frac{y'}{y} = -3 \quad \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow -3 = \frac{s'}{s} \rightarrow s' = -3 \cdot s$

distancia de 4 m debemos cambiar su signo.

$$\left. \begin{array}{l} -s + s' = 4 \text{ m} \\ s' = -3s \end{array} \right\} -4 \cdot s = 4 \rightarrow s = -1 \text{ m} \rightarrow s' = 3 \text{ m}$$

distancia focal:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{-1} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{4}{3} \text{ m} \rightarrow f' = 0,75 \text{ m}$$

Andalucía 2022 J. a) Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y el doble de la distancia focal de una lente convergente. Determine, justificadamente, las características de la imagen. b) Una lente delgada convergente de distancia focal 20 cm forma una imagen situada a una distancia de 40 cm a su izquierda y 30 cm de altura. Calcule la posición y el tamaño del objeto, indicando el criterio de signos aplicado Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.

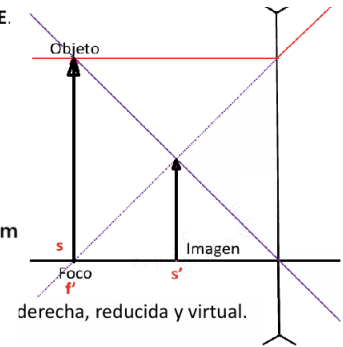
Valencia 2023. Una lente delgada en aire tiene una distancia focal imagen de -10 cm . A 5 cm de la lente se sitúa un objeto de 2 cm de altura. a) Calcula la posición y tamaño de la imagen. Razona si la lente es convergente o divergente. b) Obtén razonadamente la posición de un objeto para que la imagen sea derecha y tenga un tamaño que sea la mitad que el del objeto. Justifica mediante un trazado de rayos la formación de la imagen. Solución: Para los cálculos utilizaremos la normativa DIN.

a) Al ser negativo el valor de la distancia focal de la lente, su foco está a la izquierda de la lente **es DIVERGENTE**.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{f'} + \frac{1}{s}} = \frac{1}{\frac{1}{-10} + \frac{1}{-5}} \approx -3,33\text{ cm}$$

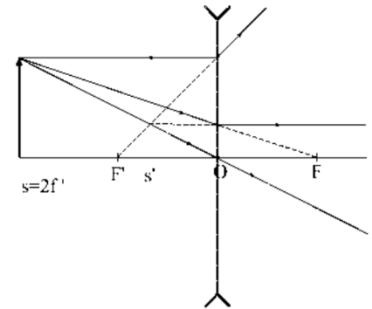
$$A_l = \frac{s'}{s} = \frac{y'}{y} \rightarrow y' = y \cdot \frac{s'}{s} = 2 \cdot \frac{-10/3}{-5} = \frac{4}{3} \approx 1,33\text{ cm} \text{ virtual, derecha y reducida.}$$

b) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \\ A_l = \frac{s'}{s} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \\ s' = A_l \cdot s \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{A_l \cdot s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \\ \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \end{array} \right. \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s = f' = -10\text{ cm}$
colocar el objeto a 10 cm



Madrid 2025. Considere la imagen formada por una lente delgada de distancia focal f' de un objeto situado a una distancia s a la izquierda de la lente. a) Demuestre que el aumento lateral M tiene la siguiente expresión en función de la distancia focal f' y la posición del objeto s : $M = f' / (f' + s)$ b) Considerando la expresión obtenida en el apartado anterior, razone si una lente divergente puede formar una imagen invertida. c) Dibuje el trazado de rayos a través del sistema óptico de la imagen formada por una lente divergente si el objeto se sitúa a una distancia dos veces su distancia focal.

Sol: a) El aumento lateral se define como el cociente entre el tamaño de la imagen y el del objeto: $MM = yy' / yy$ También puede expresarse como el cociente entre la posición de la imagen y la del objeto: $MM = ss' / ss$ Partimos de la ecuación de lentes delgadas: $1/f' = 1/s' - 1/s$ Despejamos s' : $1/s' = 1/f' + 1/s \rightarrow ss' = (ss + ff') / (ss/f' + 1)$ Entonces: $ss' = \frac{ss \cdot f'}{ss + ff'}$ Sustituimos en la expresión del aumento lateral: $MM = \frac{ss'}{ss} = \frac{ss \cdot f'}{ss + ff'} \cdot \frac{1}{ss} = \frac{ff'}{ss + ff'}$ Por lo tanto es correcto afirmar que una expresión válida para el aumento lateral es: $MM = \frac{ff'}{ss + ff'}$ b) ¿Una lente divergente puede formar una imagen invertida?: No. Una lente divergente siempre forma imágenes virtuales, derechas y más pequeñas que el objeto. Esto se puede comprobar a partir de la relación explicada en el apartado anterior ya que la distancia focal imagen y la distancia del objeto a la lente se toma ambas como negativas desde el centro de la lente. Esto hace que el cociente sea positivo de forma que el aumento lateral será siempre positivo y por lo tanto las imágenes formadas serán siempre derechas. Del mismo modo, dado que el denominador será siempre mayor al numerador el aumento lateral será menor a la unidad y por lo tanto la imagen formada será más pequeña. c) Trazado de rayos : Si el objeto está a una distancia $2f'$ de una lente divergente:



Mostra exercicis òptica geomètrica



1- Utilitzem una lupa de taula per llegir un paper situat sobre l'escriptori. El suport de la lent fixa la distància entre la lent i el paper en 10 cm, creant un augment lateral de 2.

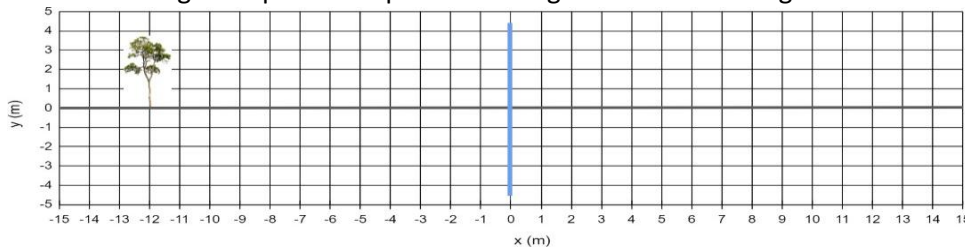
a) Quina és la distància focal de la lent? Calcula la seva potència.

L'habitació està il·luminada per una làmpada que penja del sostre i que es troba just sobre nostre. Observem que hem de situar la lupa just a 22 cm de la taula per crear la imatge de la làmpada al paper. b) Quina és la distància entre la superfície de l'escriptori i la làmpada?

Sol.: 20 cm, 5 D, 242 cm

2- La miopia és una alteració ocular en la qual la persona veu borrosos els objectes llunyans. Un ull miop és massa convergent i crea la imatge d'objectes llunyans per davant de la retina. La miopia de l'ull es pot rectificar amb una lent correctora. El Joan és miop i sols pot enfocar bé objectes situats a una distància màxima de 4 metres. a) Quin tipus de lent és necessària per corregir la miopia? Calcula la focal i la potència de la lent correctora per a que el Joan pugui veure focalitzat un objecte llunyà (a l'infinít).

En Joan veu un arbre situat a 12 metres d'ell mentre porta posades les seves ulleres b) Troba a quina distància d'en Joan es forma la imatge de l'arbre creada per la lent correctora. Fes el diagrama de rajos a escala en la següent quadrícula per localitzar gràficament la imatge de l'arbre. Sol: -4 m, -0.25 D, 3 m

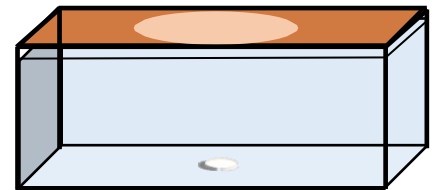


3- La Meritxell té una alçada de 1,6 m, i es troba dreta, a una certa distància d'un mirall pla vertical. Els seus ulls són 10 cm per sota del punt més alt del seu cap. a) Si la Meritxell vol veure el seu cos sencer, quina és l'alçada mínima del mirall que ha d'utilitzar? A quina distància del terra ha de situar la part inferior d'aquest mirall per veure's sencera?

El Guifré és darrera d'ella al doble de distància del mirall. b) Quina alçada màxima pot tenir el Guifré perquè la Meritxell el vegi sencer? A quina distància de la Meritxell es troba la imatge del Guifré creada pel mirall?

Solució: 0.8m, 75cm, 1.65m, 3 vegades la distància

4- En el fons d'una piscina de 2m de profunditat hi ha una llanterna encesa, que emet llum en totes les direccions. La piscina està tapada amb una lona que queda just per sobre de l'aigua i en la lona s'observa un cercle de llum a causa dels raigs refractats. Això es deu a l'existència d'un angle límit, a partir del qual es dona el fenomen de reflexió total. Els rajos que arriben a la superfície amb un angle més gran que l'angle límit són plenament reflectits, i no emergeixen a la superfície.



L'índex de refracció de l'aire és $n_0=1$ i de l'aigua és $n_a=1,33$. a) A partir de la llei d'Snell, dedueu l'expressió de l'angle límit. Expresses el resultat en funció de l'índex de refracció de l'aigua i de l'aire. Justifiqueu si podria donar-se el mateix fenomen si la situació fos la contrària (la llanterna estigués situada 2 m per sobre la superfície de la piscina i la lona dins de l'aigua just per sota la superfície). b) Calcula el radi del cercle de llum, sabent que l'índex de refracció de l'aigua és $n=1,33$

Solució: 48.6° , 2,28 m.

Solucions:

P1) a) Sabem que l'objecte, paper, és a 10cm de la lent, $s = -10\text{cm}$.

Per trobar on es forma la imatge utilitzem l'equació de la lent: $1/s' - 1/s = 1/f$

L'augment lateral és la relació entre l'alçada de la imatge i de l'objecte. $\beta = y'/y$

Igualment, com que els triangles són iguals també és la relació entre posicions de la imatge i l'objecte, $\beta = y'/s = s'/s$

Ens diuen que l'augment lateral és 2: $\beta = 2$ oer tant, $s' = 2s = -20\text{cm}$

Introduint els valors a l'equació de la lent: $1/-20 - 1/-10 = 1/f \rightarrow$ la focal de la lent és $f = 20\text{cm}$.

La potència d'una lent (en diòptries) és la inversa de la focal (en metres). Per tant: $P = 1/f = 1/0,2 = 5\text{ D}$.

b) Hem de situar la lent a 22cm de la taula per a que s'hi formi la imatge, per tant $s' = 22\text{cm}$.

Per trobar a quina distància es troba la làmpada de la taula, podem buscar quina és la posició de la làmpada respecte la lent utilitzant l'equació de la lent: $1/22 - 1/s = 1/20 \rightarrow s = -220\text{cm}$

Per tant la distància de la làmpada a la taula és $|s - s'|$ o la suma de les dues distàncies: $|s| + |s'| \rightarrow \text{distància} = 220 + 22 = 242\text{ cm}$

P 2) Tal com explica l'enunciat, un ull miop crea la imatge d'objectes llunyans per davant de la retina. Per tant necessitem posar davant de l'ull una lent divergent que faci divergir (separar, obrir) els feixos de llum, i així l'ull formi la imatge a la retina i no per davant d'aquesta.

Com que l'ull sols pot veure objectes situats a una distància màxima de 4 metres, la lent divergent haurà de crear la imatge d'un objecte llunyà (a l'infinít $s = -\infty$, o s' molt gran) a 4 metres per davant de l'ull $s' = -4\text{m}$.

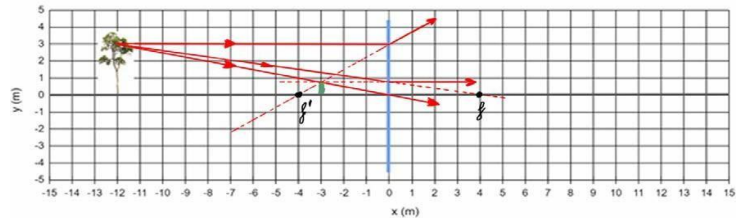
Per trobar la focal utilitzem altra vegada l'equació de la lent: $1/s' - 1/s = 1/f \rightarrow f = -4\text{m}$

La potència d'una lent (en diòptries) és la inversa de la focal (en metres). Per tant: $P = 1/f = 1/-4 = -0,25\text{ D}$.

b) Per trobar la distància a la que es forma la imatge creada per la lent correctora de l'arbre que es troba a 12 metres, $s = -12\text{m}$ utilitzem l'equació de la lent $1/s' - 1/s = 1/f \rightarrow$ amb el valor de la focal que ja hem trobat: $1/s' - 1/-12 = 1/-4$ per tant $s' = -3\text{m}$

El raig que surt de l'arbre i és paral·lel a l'eix passa pel punt focal imatge F' , situat a

-4m de la lent. El raig que passa pel centre de la lent no es desvia. El raig que surt de l'arbre i passa per f , situat a 4m surt paral·lel a l'eix. Sols són necessaris dos rajos per determinar la posició de la imatge.



P3) L'angle de reflexió de la llum en una superfície plana és el mateix que l'angle incident.

Per tant, el raig que prové dels peus de la Meritxell i es reflecteix al mirall per arribar finalment als seus ulls es reflectirà a la meitat de l'alçada dels ulls de la Meritxell. És a dir

$$h_{\text{reflexió peus}} = \frac{\text{ulls}}{2} = 1,50/2 = 0,75$$

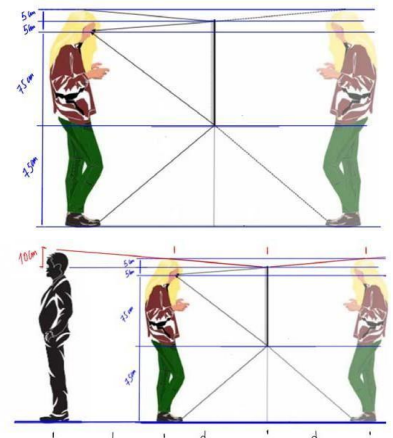
Per la mateixa raó, per veure el punt més alt del seu cap que està 10cm per sobre dels seus ulls, el raig haurà de reflectir-se a 5cm per sobre dels seus ulls: $h_{\text{reflexió cap}} = \text{ulls} + \frac{\text{ulls}}{2} + \dots = 1,50 + 0,10 = 1,55\text{m}$ és a dir a 1,55m del terra.

Per tant l'alçada mínima del mirall serà la resta entre aquestes dues alçades: $h_{\text{mirall}} = h_{\text{reflexió cap}} - h_{\text{reflexió peus}} = 1,55 - 0,75 = 0,80\text{m}$.

b) El raig que determinarà l'alçada màxima d'en Guifré és el que passa pels ulls de la Meritxell i es reflecteix a l'extrem del mirall, a una alçada de 1,55m. L'angle d'incidència d'aquest feix compleix $\tan\alpha = 5\text{cm}/d$ per tant també d l'angle reflectit.

Per tant l'alçada d'aquest feix respecte l'extrem del mirall serà $2d \tan\alpha = 10\text{cm}$.

Per tant l'alçada màxima del Guifré és 10cm més que l'extrem superior del mirall: $h_{\text{màx Guifre}} = 1,55\text{m} + 10\text{cm} = 1,65\text{m}$.



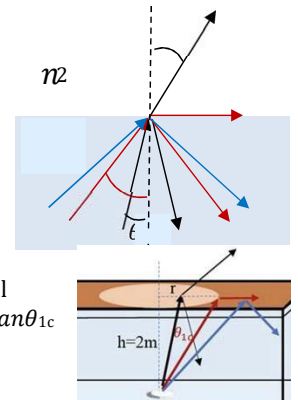
P4) La llei de Snell dona una relació entre l'angle d'incidència i l'angle de refracció, $n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \cdot \sin\theta_2$, és a dir, tenim angles més grans en el medi de menor índex.

La refracció la podem tenir per angles refractats fins a 90° ($\pi/2$ rad), ja que un angle més gran no correspon a un raig que es transmet al segon medi. Aquest angle refractat correspon a un cert angle d'incidència que anomenem angle límit.

Per trobar-lo fixem $\theta_2 = \pi/2$ rad i tenim $\sin\theta_{1c} = n_2/n_1 \sin \pi/2 = n_2/n_1$. A partir d'aquest angle límit sols tenim reflexió, és a dir tota la llum és reflectida, tenim reflexió total.

Pel cas de la interfície aigua-aire tenim un índex del primer medi, aigua, $n_1 = 1,33$ i l'índex del segon medi és $n_2 = 1$, per tant l'angle límit θ_{1c} haurà de complir $\sin\theta_{1c} = n_2/n_1 = 1/1,33 = 0,752$. Per tant l'angle límit: $\theta_{1c} = \arcsin(0,752) = 0,848\text{ rad} = 48,7^\circ$.

En la situació contrària tindríem els índex canviats, $n_1 = 1$ i $n_2 = 1,33$ per tant l'angle límit θ_{1c} correspon a un angle refractat de 90° hauria de ser més gran de 90° cosa que no és possible. Matemàticament ho podem comprovar en l'expressió de l'angle límit $\sin\theta_{1c} = n_2/n_1$ on es veu que necessàriament s'ha de complir $n_2 < n_1$ ja que el sinus d'un angle sempre és menor que 1.



b) El feix corresponent a l'angle límit és la hipotenusa del triangle rectangle on els catets són l'alçada i el radi del cercle de llum. Per tant la tangent de l'angle compleix: $\tan\theta_{1c} = r/h$ Per tant el radi serà $r = h \tan\theta_{1c} = 2 \tan 48,7^\circ = 2,28\text{m}$