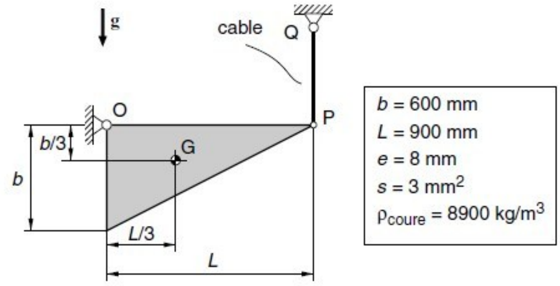
EXERCICIS MECÀNICA I PAU – Moments - màquines simples

Exercici 4 [2,5 punts]



La placa de coure de la figura de gruix $e = 8$ mm està articulada al punt O i es manté en repòs mitjançant el cable PQ de secció nominal $s = 3$ mm^2. Determineu:

a) La massa m de la placa. ($\rho_{coure} = 8900$ kg/m^3) [0,5 punts]

b) La força T que fa el cable. [0,5 punts]

c) Les forces F_v vertical i F_h horitzontal a l'articulació O. [1 punt]

d) La tensió normal σ del cable per causa de la força que fa. [0,5 punts]

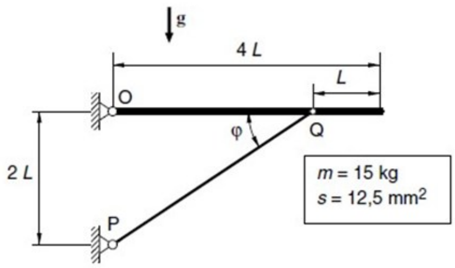
c) $\sum \boldsymbol{F} = 0 \rightarrow F_v + T - mg = 0 \rightarrow F_v = 125{,}7$ N
$F_h = 0$

d) $\sigma = \dfrac{T}{s} = 20{,}95$ MPa

a) $m = \rho_{coure} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot L \cdot b \cdot e = 19{,}22$ kg

b) $\sum \boldsymbol{M}(\text{O}) = 0 \rightarrow mg\dfrac{L}{3} - TL = 0 \rightarrow T = 62{,}84$ N

Exercici 3
[2,5 punts]



La taula de massa $m = 15$ kg està articulada en el punt O i es manté en repòs mitjançant el tub PQ de secció resistent $s = 12{,}5$ mm^2. Determineu:

a) L'angle φ del tub PQ. [0,5 punts]

b) La força T que fa el tub PQ. [0,5 punts]

c) Les forces vertical F_v i horitzontal F_h en l'articulació O. [1 punt]

d) La tensió normal σ del tub PQ a causa de la força que fa. [0,5 punts]

Exercici 3

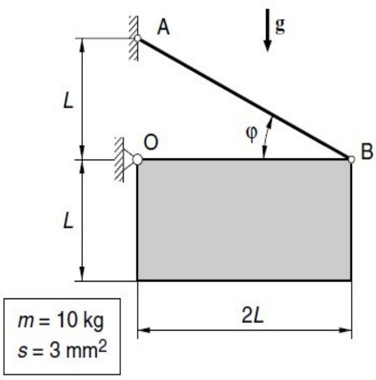
a) $\varphi = \arctan\dfrac{2L}{3L} = 33{,}69°$

b) $\sum \boldsymbol{M}(\text{O}) = 0 \rightarrow 3L\,T\sin\varphi - 2L\,mg = 0 \rightarrow T = \dfrac{2}{3}\dfrac{mg}{\sin\varphi} = 176{,}8$ N

c) $\sum \boldsymbol{F}_{ext} = 0 \rightarrow \begin{cases} F_h - T\cos\varphi = 0 \\ F_v + T\sin\varphi - mg = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} F_h = \dfrac{2}{3}\dfrac{mg}{\sin\varphi}\cos\varphi = mg = 147{,}1 \text{ N} \\ F_v = mg - T\sin\varphi = 49{,}04 \text{ N} \end{array}$

d) $\sigma = \dfrac{T}{s} = 14{,}14$ MPa

Exercici 4 [2,5 punts]



La placa de massa $m = 10$ kg està articulada al punt O i es manté en repòs, mitjançant el tirant AB de secció $s = 3$ mm^2, a la posició indicada a la figura. Determineu:

a) L'angle φ del tirant AB. [0,5 punts]

b) La força T del tirant AB. [0,5 punts]

c) Les forces F_v vertical i F_h horitzontal a l'articulació O. [1 punt]

d) La tensió normal σ del tirant a causa de la força que fa. [0,5 punts]

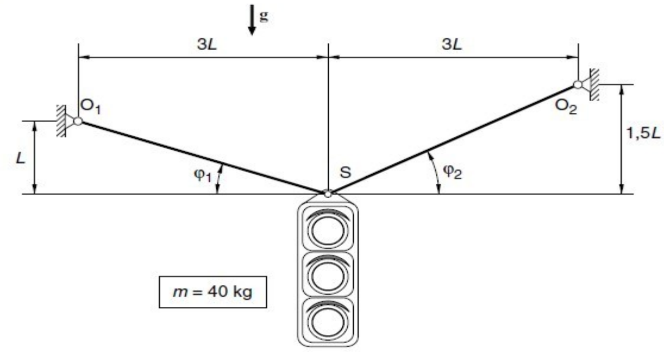
a) $\varphi = \arctan\left(\dfrac{1}{2}\right) = 26{,}57°$

b) $\sum \boldsymbol{M}(\text{O}) = 0 \rightarrow mg \cdot L - T \cdot 2L\sin\varphi = 0 \rightarrow T = 109{,}6$ N

c) $\sum \boldsymbol{F} = 0 \rightarrow F_v + T\sin\varphi - mg = 0 \rightarrow F_v = 49{,}04$ N
$F_h - T\cos\varphi \rightarrow F_h = 98{,}07$ N

d) $\sigma = \dfrac{T}{s} = 36{,}55$ MPa

Exercici 4
[2,5 punts]



Un semàfor de massa m = 40 kg està suspès mitjançant dos cables de la mateixa secció tal com s'indica en la figura. Si es negligeix la massa dels cables, determineu:

a) Els angles φ_1 i φ_2 indicats. [1 punt]

b) Les forces F_1 i F_2 que suporten els cables O_1S i O_2S, respectivament. [1 punt]

c) La relació de tensions normals σ_1/σ_2 a què estan sotmesos els cables. [0,5 punts]

Exercici 4

a) $\varphi_1 = \arctan\frac{L}{3L} = 18{,}43°$ $\qquad \varphi_2 = \arctan\frac{1{,}5L}{3L} = 26{,}57°$

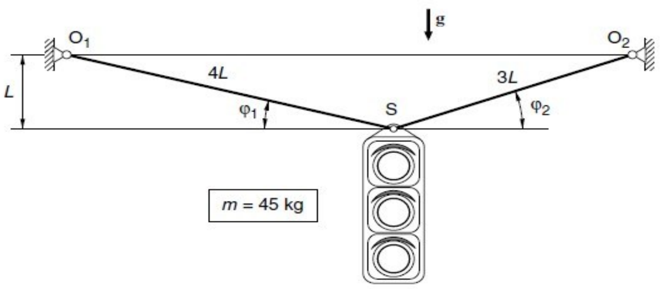
b) $\sum \boldsymbol{F}_{ext} = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} F_1\cos\varphi_1 - F_2\cos\varphi_2 = 0 \\ F_1\sin\varphi_1 + F_2\sin\varphi_2 - mg = 0 \end{cases}$

$$F_1 = mg\frac{\cos\varphi_2}{\sin(\varphi_1+\varphi_2)} = 496{,}2 \text{ N}$$

$$F_2 = mg\frac{\cos\varphi_1}{\sin(\varphi_1+\varphi_2)} = 526{,}3 \text{ N}$$

c) $\sigma_1 = \frac{F_1}{S}\ ;\ \sigma_2 = \frac{F_2}{S} \quad \rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{F_1}{F_2} = 0{,}9428$

Exercici 3
[2,5 punts]



Un semàfor de massa m = 45 kg està suspès mitjançant dos cables de la mateixa secció tal com s'indica en la figura. Si es negligeix la massa dels cables, determineu:

a) Els angles φ_1 i φ_2 indicats. [1 punt]

b) Les forces F_1 i F_2 que suporten els cables O_1S i O_2S, respectivament. [1 punt]

c) La relació de tensions normals σ_1/σ_2 a les quals estan sotmesos els cables. [0,5 punts]

Exercici 3

a) $\varphi_1 = \arcsin\frac{L}{4L} = 14{,}48°$ $\qquad \varphi_2 = \arcsin\frac{L}{3L} = 19{,}47°$

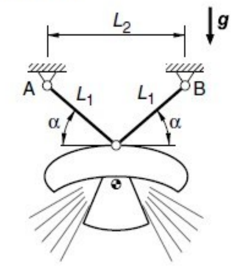
b) $\sum \boldsymbol{F}_{ext} = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} F_1\cos\varphi_1 - F_2\cos\varphi_2 = 0 \\ F_1\sin\varphi_1 + F_2\sin\varphi_2 - mg = 0 \end{cases}$

$$F_1 = mg\frac{\cos\varphi_2}{\sin(\varphi_1+\varphi_2)} = 745{,}1 \text{ N}$$

$$F_2 = mg\frac{\cos\varphi_1}{\sin(\varphi_1+\varphi_2)} = 765{,}2 \text{ N}$$

c) $\sigma_1 = \frac{F_1}{S}\ ;\ \sigma_2 = \frac{F_2}{S} \quad \rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{F_1}{F_2} = 0{,}9737$

Exercici 4
[2,5 punts]



m = 200 kg $\quad \alpha$ = 40°
L_1 = 2 m $\quad d$ = 5 mm
E = 20 GPa

Aquesta figura esquematitza un llum ornamental de massa m = 200 kg penjat del sostre mitjançant dos cables de longitud L_1 = 2 m, diàmetre d = 5 mm i mòdul d'elasticitat E = 20 GPa. Determineu:

a) La distància horitzontal, L_2, entre els punts A i B perquè l'angle dels cables amb l'horitzontal sigui $\alpha = 40°$. [0,5 punts]

b) La força, F, que fa cadascun dels cables. [1 punt]

c) La tensió normal, σ, dels cables, deguda a la força que exerceixen. [0,5 punts]

d) La deformació unitària, ε, dels cables a causa de la tensió a què estan sotmesos. [0,5 punts]

a) $L_2 = 2L_1\cos\alpha = 2\cdot 2\cdot\cos 40° = 3{,}064$ m

b) $\sum F = 0 \rightarrow\ 2F\sin\alpha - mg = 0 \ \rightarrow\ F = \frac{mg}{2\sin\alpha} = \frac{200\cdot 9{,}807}{2\cdot\sin 40} = 1526$ N

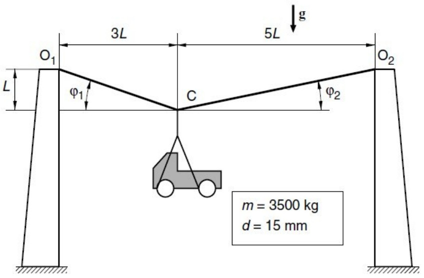
c) $\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{1526}{\pi\left(\frac{5\cdot 10^{-3}}{2}\right)^2} = 77{,}70$ MPa

d) $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{77{,}70\cdot 10^6}{20\cdot 10^9} = 3{,}885\cdot 10^{-3}$

S08S4

Exercici 3

[2,5 punts]



En un anunci publicitari es penja un camió de massa m = 3 500 kg, tal com s'indica en la figura, i es manté en repòs en aquesta posició. Si es negligeix la massa dels cables, determineu:

a) Els angles φ_1 i φ_2 indicats. [1 punt]

b) Les forces F_1 i F_2 que suporten els cables O_1C i O_2C, respectivament. [1 punt]

c) Si el cable té un diàmetre d = 15 mm, les tensions normals σ_1 i σ_2 a què estan sotmesos els cables O_1C i O_2C a causa de la força que fan. [0,5 punts]

a) $\varphi_1 = \arctan\dfrac{L}{3L} = 18,43°$ $\qquad \varphi_2 = \arctan\dfrac{L}{5L} = 11,31°$

b) $\sum \boldsymbol{F}_{\text{ext}} = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} F_1\cos\varphi_1 - F_2\cos\varphi_2 = 0 \\ F_1\sin\varphi_1 + F_2\sin\varphi_2 - mg = 0 \end{cases}$

$$F_1 = mg\frac{\cos\varphi_2}{\sin(\varphi_1+\varphi_2)} = 67,84 \text{ kN}$$

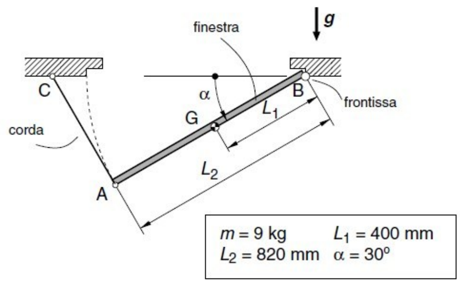
$$F_2 = mg\frac{\cos\varphi_1}{\sin(\varphi_1+\varphi_2)} = 65,63 \text{ kN}$$

c) $\sigma_1 = \dfrac{F_1}{S} = 383,9$ MPa ; $\sigma_2 = \dfrac{F_2}{S} = 371,4$ MPa

J08s2

Exercici 4

[2,5 punts]



La finestra horitzontal de la figura es manté oberta mitjançant la corda AC, que en l posició indicada, α = 30º, queda perpendicular a AB. Determineu:

a) La longitud L_c de la corda AC. [0,5 punt

b) La força F que fa la corda. [1 pun

c) La força vertical F_v i la força horitzontal F_h que fa la frontissa. [1 pun

Exercici 4

a) $L_c = L_2\tan\alpha = 473,4$ mm

b) $\sum M(\text{B}) = 0 \quad \rightarrow \quad mg\,L_1\cos\alpha - FL_2 = 0 \quad \rightarrow \quad F = \dfrac{mg\,L_1\cos\alpha}{L_2} = 37,29$ N

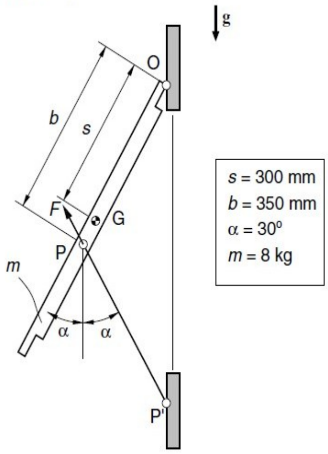
c) $\sum F_{\text{verticals}} = 0 \quad \rightarrow F_v - mg + F\cos\alpha = 0 \rightarrow \quad F_v = mg - F\cos\alpha = 55,97$ N

$\sum F_{\text{horitzontals}} = 0 \rightarrow F_h - F\sin\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad F_h = F\sin\alpha = 18,64$ N

J08S5

Exercici 4

[2,5 punts]



Per a mantenir oberta la finestra de la figura, s'utilitza la barra articulada PP′. Determineu:

a) La força F que fa la barra. [1 punt]

b) Els components vertical F_v i horitzontal F_h de la força que la frontissa O fa a la finestra. [1 punt]

Per a poder automatitzar l'obertura de la finestra, es proposa substituir la barra per un cilindre pneumàtic:

c) Expliqueu si per a α = 0 (iniciar l'obertura de la finestra) la solució és bona o no. [0,5 punts]

Exercici 4

a) $\sum \boldsymbol{M}(\text{O}) = 0 \quad \rightarrow \quad mg\cdot s\sin\alpha - F\cdot b\sin 2\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad F = 38,83$ N

b) $\sum \boldsymbol{F} = 0 \quad \rightarrow \quad F_v + F\cos\alpha - mg = 0 \rightarrow \quad F_v = 44,83$ N

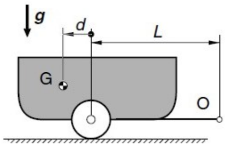
$F_h - F\sin\alpha = 0 \qquad \rightarrow \quad F_h = 19,41$ N

c) Quan $\alpha = 0$ la força que fa el cilindre passa per O i per tant no es pot iniciar el moviment d'obertura de la finestra. No és, doncs, una bona solució.

+

J09S4

Exercici 3
[2,5 punts]

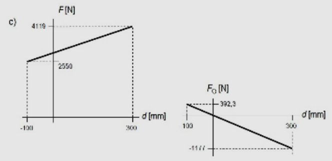


m = 300 kg L = 750 mm

El remolc de la figura està preparat per a transportar càrrega i es mou arrossegat per un vehicle articulat en el punt O. El remolc amb la càrrega inclosa, amb centre de masses en G, té una massa m = 300 kg. Amb el remolc en repòs:

a) Determineu la força F, en funció de d, que la roda fa sobre el terra. [0,75 punts]
b) Determineu la força vertical F_O, en funció de d, que el vehicle ha de fer en el punt O. [0,5 punts]
c) Dibuixeu, de manera aproximada i indicant les escales, els gràfics de F i de F_O per a –100 mm ≤ d ≤ 300 mm. [0,75 punts]
d) Justifiqueu com s'hauria de distribuir la càrrega per a minimitzar el valor del mòdul de F_O. Quins serien, en aquest cas, els valors de F i de F_O? [0,5 punts]

c)



d) $d = 0 \rightarrow F_O = 0$ i $F = 2942$ N

Exercici 3

a) $\sum M(O) = 0 \quad \rightarrow \quad mg(L+d) - FL = 0$

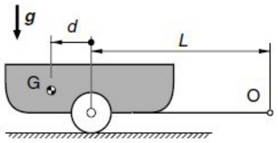
$$F = mg\frac{(L+d)}{L} = mg\left(1+\frac{d}{L}\right) = mg\left(1+\frac{d}{750}\right) \text{N}, \ d \text{ en mm}$$

La roda fa sobre el terra aquesta força F avall.

b) $F + F_O = mg \rightarrow F_O = mg - F = mg - mg\left(1+\frac{d}{L}\right) = -mg\frac{d}{L}$.

El vehicle fa una força de valor $mg\frac{d}{L}$ vertical avall.

Exercici 3
[2,5 punts]



m = 395 kg L = 1950 mm

El remolc de la figura representa el d'una tenda d'acampada plegable i es mou arrossegat per un vehicle articulat en el punt O. El remolc amb càrrega té una massa m = 395 kg. Amb el remolc en repòs:

a) Determineu la força F, en funció de d, que la roda fa sobre el terra. [0,75 punts]
b) Determineu la força vertical F_O, en funció de d, que el vehicle ha de fer en el punt O. [0,5 punts]
c) Dibuixeu, de manera aproximada i indicant les escales, les gràfiques de F i de F_O per a –200 mm ≤ d ≤ 300 mm. [0,75 punts]
d) Justifiqueu com s'hauria de distribuir la càrrega per a minimitzar el valor del mòdul de F_O. Quins serien, en aquest cas, els valors de F i de F_O? [0,5 punts]

a) $\sum M(O) = 0 \quad \rightarrow \quad mg(L+d) - FL = 0$

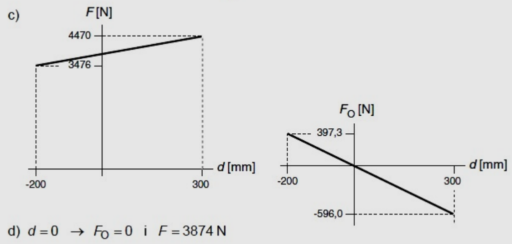
$$F = mg\frac{(L+d)}{L} = mg\left(1+\frac{d}{L}\right) = mg\left(1+\frac{d}{1950}\right) \text{N}, \ d \text{ en mm}$$

La roda fa sobre el terra aquesta força F avall.

b) $F + F_O = mg \rightarrow F_O = mg - F = mg - mg\left(1+\frac{d}{L}\right) = -mg\frac{d}{L}$.

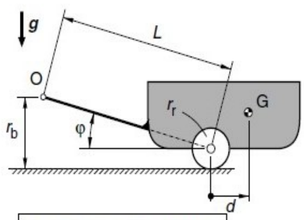
El vehicle fa una força de valor $mg\frac{d}{L}$ vertical avall.

c)



d) $d = 0 \rightarrow F_O = 0$ i $F = 3874$ N

Exercici 4
2,5 punts]



r_r = 205 mm L = 1,4 m
r_b = 330 mm m = 90 kg

El remolc de la figura està preparat per a transportar càrrega i es mou arrossegat per una bicicleta articulada en el punt O. El remolc amb la càrrega inclosa, amb centre de masses en G, té una massa m = 90 kg. Amb el remolc en repòs i en la posició representada:

a) Determineu l'angle φ. [0,5 punts]
b) Determineu la força F, en funció de d, que la roda fa sobre el terra. [0,75 punts]
c) Dibuixeu, de manera aproximada i indicant les escales, la força vertical F_O que la bicicleta ha de fer en el punt O per a –100 mm ≤ d ≤ 300 mm. [0,75 punts]

Si el remolc s'arrossega a v = 20 km/h, determineu:

d) La velocitat de rotació de la roda del remolc n_{rem}, en min^{-1}. [0,5 punts]

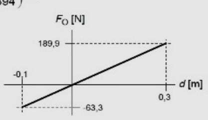
Exercici 4

a) $\varphi = \arcsin\frac{r_b - r_r}{L} = 5{,}123°$

b) $\sum M(O) = 0 \quad \rightarrow \quad mg(d + L\cos\varphi) - FL\cos\varphi = 0$.

$$F = \frac{mg(d + L\cos\varphi)}{L\cos\varphi} = 882{,}6\left(1+\frac{d}{1{,}394}\right) \text{N}, \ d \text{ en m}$$

c) $F_O = F - mg = mg\frac{d}{L\cos\varphi} = 633{,}0 \cdot d$ N, d en m

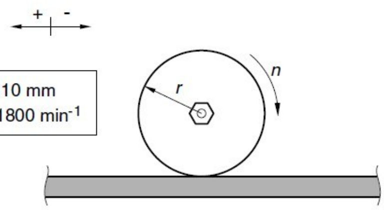


d)

$\omega_{rem} = \frac{v}{r_r} = 27{,}1 \text{ rad/s} \quad \rightarrow \quad n_{rem} = \omega_{rem}\frac{60}{2\pi} = 258{,}8 \text{ min}^{-1}$

J09S3

Exercici 3
[2,5 punts]



r = 110 mm
n = 1800 min^{-1}

El disc d'una màquina de polir, de radi r = 110 mm i centre fix, poleix una superfície metàl·lica. La força de fricció entre el disc i la superfície metàl·lica és F_f = 17 N. Si el disc gira a n = 1 800 min^{-1} en el sentit indicat en la figura:

a) Dibuixeu el sentit de la força de fricció sobre la superfície metàl·lica i indiqueu la magnitud i el sentit de la força que l'eix del disc fa sobre el disc. [0,5 punts]

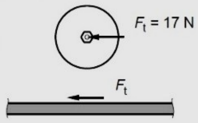
b) Determineu la potència mecànica, P_{mec}, que rep el disc. [1 punt]

El disc s'acciona amb un motor elèctric de rendiment η = 0,65. Determineu:

c) La potència elèctrica, $P_{elèctr}$, consumida. [0,5 punts]

d) L'energia elèctrica, $E_{elèctr}$, en W·h, consumida durant t = 25 min de funcionament. [0,5 punts]

a)



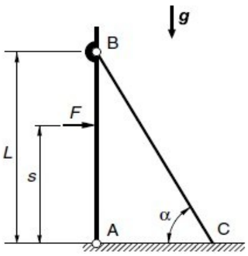
b) $P_{mec} = \Gamma \cdot \omega = F_f \cdot r \cdot \omega = F_E \cdot r \cdot n \cdot \frac{2\pi}{60} = 352{,}5$ W

c) $P_{elèc} = \frac{P_{mec}}{\eta} = 542{,}3$ W

d) $E_{elèc} = P_{elèc} \cdot t = 226{,}0$ W · h

S09S1

Exercici 3
[2,5 punts]



L = 2 m s = 1,25 m
α = 60° F = 840 N

La pantalla paravent de la figura està articulada amb el terra pel punt A i es manté vertical mitjançant la barra articulada en el punt B que recolza a terra en el punt C, on no llisca. L'acció del vent equival a una força resultant F = 840 N aplicada al centre de la pantalla. Les masses de la pantalla i de la barra es consideren negligibles.

a) Dibuixeu el diagrama de cos lliure de la pantalla. [0,5 punts]

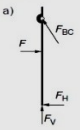
Determineu:

b) La força, F_{BC}, que fa la barra BC sobre la pantalla. [0,5 punts]

c) Les forces vertical, F_V, i horitzontal, F_H, que rep la pantalla en el punt A. [1 punt]

d) La força horitzontal, F_T, que fa el terra sobre la barra BC. [0,5 punts]

a)



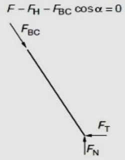
b) $\sum M(A) = 0 \rightarrow F s - F_{BC} L \cos\alpha = 0$

$F_{BC} = \frac{F s}{L \cos\alpha} = \frac{840 \cdot 1{,}25}{2 \cos 60°} = 1050$ N

c) $F_V + F_{BC} \sin\alpha = 0 \rightarrow F_V = -F_{BC} \sin\alpha = -909{,}3$ N

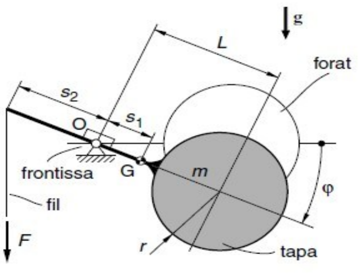
$F - F_H - F_{BC} \cos\alpha = 0 \rightarrow F_H = F - F_{BC} \cos\alpha = 315$ N

d)



$F_T = F_{BC} \cos\alpha = 525$ N

Exercici 3 [2,5 punts]



m = 2 kg r = 125 mm L = 250 mm
s_1 = 90 mm s_2 = 180 mm

Per tapar més o menys un forat difícilment accessible, s'utilitza el mecanisme de la figura que permet moure la tapa de massa m amb l'ajut del fil vertical de massa negligible. L'àrea A de la superfície del forat tapada en funció de l'angle φ es pot aproximar per l'expressió $A = \pi\, r^2\, (1-(\varphi / \varphi_0))$ on $\varphi_0 = 2$ arcsin (r/L).

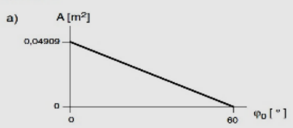
a) Dibuixeu, indicant les escales, el gràfic de l'àrea tapada A del forat en funció de φ, per a $0 \le \varphi \le \varphi_0$. [0,75 punts]

b) Calculeu la força F que fa el fil. [0,75 punts]

c) Determineu les forces vertical F_v i horitzontal F_h a la frontissa O. [1 punt]

Exercici 3

a)

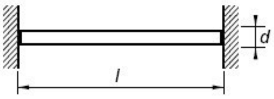


b) $\sum \boldsymbol{M}(O)=0 \Rightarrow -mg s_1 + F s_2 = 0 \rightarrow F = mg \frac{s_1}{s_2} = 9{,}807$ N

c) $\sum \boldsymbol{F}=0 \Rightarrow F_v - F - mg = 0 \rightarrow F_v = mg + F = 29{,}42$ N

$F_h = 0$

Exercici 4
[2,5 punts]



l = 1000 mm d = 60 mm
$\alpha = 12 \times 10^{-6}\,°C^{-1}$
E = 203 GPa

La barra cilíndrica d'acer de la figura està unida pels extrems amb uns topalls. En la unió hi ha unes juntes de dilatació que permeten un allargament de 0,05 mm a cada costat. El coeficient de dilatació tèrmica de l'acer és $\alpha = 12 \times 10^{-6}\,°C^{-1}$. Si n'augmentem la temperatura en $\Delta T = 30\,°C$, determineu:

a) L'increment de llargària, Δl, que tindria sense topalls. [1 punt]
b) La tensió normal, σ, de compressió de la barra (tensió necessària per a disminuir l'increment de llargària no permès per les juntes). [0,5 punts]
c) La força, F, que exerceixen els topalls. [1 punt]

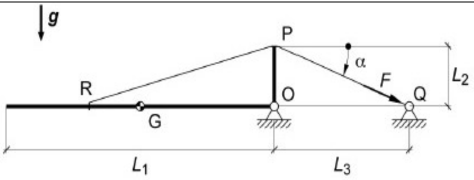
a) $\alpha = \arctan\frac{L_2}{L_3} = \arctan\frac{2}{5} = 21{,}80°$

b) $\sum M(O) = 0 \;\Rightarrow\; \frac{L_1}{2} m g - L_2 F \cos\alpha = 0$

$F = mg\frac{L_1}{2L_2\cos\alpha} = 135 \cdot 9{,}807\frac{10}{2\cdot 2\cdot \cos\alpha} = 3565\,N$

c) $F_H = F\cos\alpha = 3565\cos\alpha = 3310\,N$ (positiva cap a l'esquerra)

$F_V = mg + F\sin\alpha = 135\cdot 9{,}807 + 3565\sin\alpha = 2648\,N$ (positiva cap amunt)



L_1 = 10 m
L_2 = 2 m
L_3 = 5 m
m = 135 kg

Per a elevar una torre d'alçària $L_1 = 10\,m$ d'un petit aerogenerador es fa servir una barra auxiliar de longitud $L_2 = 2\,m$ i massa negligible unida a la torre per mitjà del cable PR i articulada al punt O, tal com es mostra en la figura. La torre també està articulada al punt O i quan està en posició horitzontal s'aguanta per mitjà de la força, F, del cable PQ. Determineu:

a) L'angle α que forma la força, F, respecte de l'horitzontal. [0,5 punts]
b) El valor de la força, F. [1 punt]
c) La força horitzontal, F_H, i la força vertical, F_V, en l'articulació O. [1 punt]

a) $m = \rho V = \rho\,(0{,}5\,a\,b\,e) = 1200\,(0{,}5\cdot 0{,}5\cdot 0{,}9\cdot 0{,}008) = 2{,}16$ kg

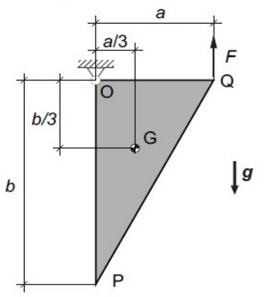
b) $\Sigma M(O) = 0 \;\Rightarrow\; F a - m g\,(a/3) = 0 \;\Rightarrow\; F = m g/3 = 7{,}061$ N

$F_{OH} = 0$

$F_{OV} = m g - F = 14{,}12$ N (positiva cap amunt)

c) $\Sigma M(O)=0 \;\Rightarrow\; F_P\,b - m g\,(a/3) = 0 \;\Rightarrow\; F_P = m g\,a/(3\,b) \;\Rightarrow\; F_P = F\,a/b = F\,5/$

$\Rightarrow\; F_P < F \;\Rightarrow\;$ Cal fer menys força si s'aplica a P



a = 500 mm b = 900 mm
ρ = 1200 kg/m^3 e = 8 mm

La placa de metacrilat de la figura té un gruix $e = 8\,mm$ i està penjada per l'articulació O. Per a mantenir-la tal com s'indica en la figura s'estira per Q amb una força vertical F. Determineu:

a) La massa m de la placa. Preneu la densitat del metacrilat $\rho = 1\,200\,kg/m^3$. [1 punt]
b) La força vertical F i la força que exerceix l'articulació O. [1 punt]

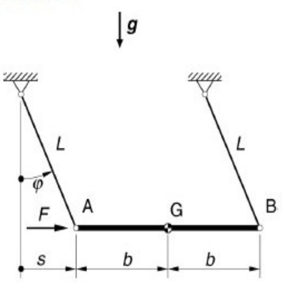
Per a mantenir la placa tal com s'indica en la figura, es proposa una alternativa que consisteix a aplicar una força horitzontal a P.

c) Expliqueu, de manera raonada, si la força que cal aplicar és més gran o més petita que en la solució anterior. [0,5 punts]

a) $\Delta l = l\,\alpha\,\Delta T = 1000\cdot 12\cdot 10^{-6}\cdot 30 = 0{,}36$ mm

b) $\sigma = \frac{E\,\Delta l'}{l} = \frac{203\cdot 10^9(0{,}36 - 2\cdot 0{,}05)}{1000} = 52{,}78\,MPa$

c) $F = \sigma\,S = 52{,}78\cdot\pi\cdot 60^2 / 4 = 149{,}2$ kN



b = 0,5 m L = 0,8 m
s = 0,45 m m = 60 kg

La barra AB de la figura, de massa $m = 60\,kg$, està penjada de dos cables iguals i de massa negligible. Per a desplaçar la barra horitzontalment s'empeny amb una força, F, horitzontal. Si es desplaça $s = 0{,}45\,m$ respecte de la posició d'equilibri, que correspon a $F = 0$, determineu en aquesta configuració:

a) L'angle, φ, dels cables i l'altura, h, que assoleix la barra. [1 punt]
b) La força, F, que cal aplicar-hi. [1 punt]
c) Les forces, F_A i F_B, que exerceixen els cables. [0,5 punts]

a) $\varphi = \arcsin\frac{s}{L} = \arcsin\frac{0{,}45}{0{,}8} = 34{,}23°$

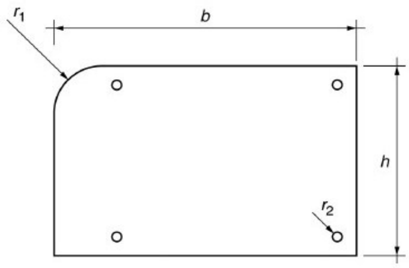
$h = L - L\cos\varphi = L(1-\cos\varphi) = 0{,}1386$ m

b) $\sum \boldsymbol{F}_{\text{verticals}} = 0 \quad \rightarrow (F_A + F_B)\cos\varphi - mg = 0$

$\sum \boldsymbol{F}_{\text{horitzontals}} = 0 \rightarrow (F_A + F_B)\sin\varphi - F = 0$

$F = mg\tan\varphi = 400{,}3$ N

c) $\sum \boldsymbol{M}(G) = 0 \;\rightarrow\; F_A = F_B \;\rightarrow\; F_A = F_B = \frac{mg}{2\cos\varphi} = 355{,}8$ N



b = 625 mm
h = 400 mm
r_1 = 100 mm
r_2 = 5 mm
e = 12 mm
ρ = 7 900 kg/m^3
v = 5 m/min
n = 1060 min^{-1}

La peça de la figura s'ha obtingut a partir d'una planxa d'acer inoxidable de gruix $e = 12$ mm i densitat $\rho = 7\,900$ kg/m^3. El tall s'ha fet, amb una màquina de tall per doll d'aigua, a una velocitat $v = 5$ m/min i els quatre forats de radi r_2, amb un trepant que gira a $n = 1\,060$ min^{-1}. Determineu:

a) La longitud del contorn exterior, L_{ext}. [0,5 punts]
b) El temps, t, de tall del perfil. [0,5 punts]
c) La velocitat de tall de la broca, v_{tall} (velocitat lineal de la perifèria de la broca). [0,5 punts]
d) La massa, m, de la peça. [1 punt]

a) $L_{ext} = 2b + 2h - 2r_1 + \dfrac{2\pi r_1}{4} = 2007$ mm

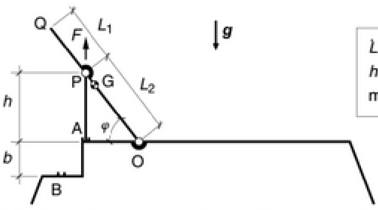
b) $t = \dfrac{L_{ext}}{v} = 0{,}4014$ min $= 24{,}08$ s

c) $v_{tall} = n\,2\pi r_2 = 33{,}30$ m/min $= 0{,}555$ m/s

d) $S = b \cdot h - r_1^2 + \dfrac{\pi r_1^2}{4} - 4\pi r_2^2 = 247{,}5 \cdot 10^3$ mm^2

$m = \rho S e = 23{,}47$ kg

Exercici 4
[2,5 punts]



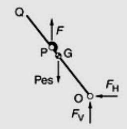
L_1 = 250 mm L_2 = 380 mm
h = 300 mm b = 150 mm
m = 50 kg

Una gandula de jardí pot situar el respatller OQ en dues posicions mitjançant una barra de longitud $h = 300$ mm, que recolza a A o a B, que aplica una força vertical F sobre el punt P. Es considera que la massa conjunta del respatller i del tronc de la persona que hi jeu és $m = 50$ kg i que el centre de masses és el punt mitjà del respatller G.

a) Dibuixeu el diagrama de cos lliure del respatller. [0,5 punts]
b) Determineu la força vertical, F_V, i la força horitzontal, F_H, a l'articulació O. [1 punt]
c) Determineu quin serà l'angle φ per a les dues posicions (A i B) de la barra de 300 mm, que es manté sempre vertical. [1 punt]

Exercici 4

a)



b) $\sum M(O) = 0 \;\rightarrow\; mg\dfrac{(L_1 + L_2)}{2}\cos\varphi - F L_2 \cos\varphi = 0$

$F = mg\dfrac{(L_1 + L_2)}{2L_2} = 50 \cdot 9{,}807\dfrac{(250 + 380)}{2 \cdot 380} = 406{,}5$ N

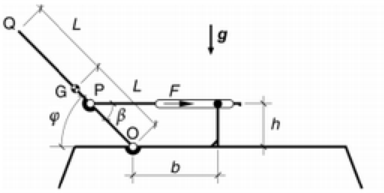
$F_V - mg + F = 0 \;\rightarrow\; F_V = mg - F = 83{,}88$ N

$F_H = 0$

c) Posició A $\quad \sin\varphi = \dfrac{h}{L_2} \;\rightarrow\; \varphi = \text{asin}\left(\dfrac{h}{L_2}\right) = 52{,}14°$

Posició B $\quad \sin\varphi = \dfrac{(h - b)}{L_2} \;\rightarrow\; \varphi = \text{asin}\left(\dfrac{h - b}{L_2}\right) = 23{,}25°$

Exercici 4
[2,5 punts]



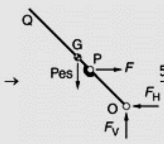
L = 340 mm
h = 180 mm
b = 355 mm
m = 45 kg

Una gandula de jardí manté el respatller OQ en diferents posicions mitjançant la força F que fan els dos braços de la gandula sobre el punt P. Es considera que la massa conjunta del respatller i del tronc de la persona que hi jeu és $m = 45$ kg i que el centre de masses és el punt G. Quan $\varphi = 45°$, els dos braços fan una força horitzontal. Per a aquesta posició:

a) Dibuixeu el diagrama de cos lliure del respatller. [0,5 punts]
b) Determineu la força vertical, F_V, i la força horitzontal, F_H, a l'articulació O. [1 punt]
c) Determineu quin serà l'angle, β, entre el respatller i el braç quan l'angle del respatller sigui $\varphi = 0°$ i 90°. [1 punt]

Exercici 4

a)



b) $\sum M(O) = 0 \;\rightarrow\; mgL\cos\varphi - Fh = 0$

$\rightarrow \quad \dfrac{5 \cdot 9{,}807 \cdot 340}{180}\cos 45° = 589{,}4$ N

$F_V - mg = 0 \;\rightarrow\; F_V = mg = 441{,}3$ N

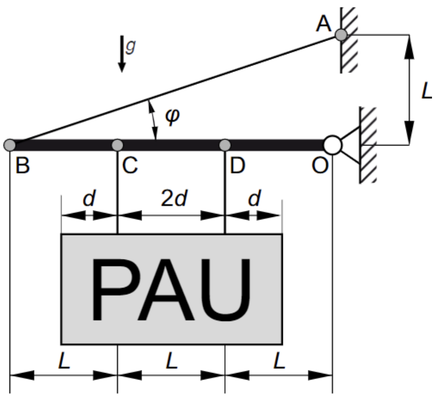
$F - F_H = 0 \;\rightarrow\; F_H = F = 589{,}4$ N

c) $|OP| = \dfrac{h}{\sin 45°}$

Per $\varphi = 0°$ $\quad \tan\beta = \dfrac{h}{(b + |OP|)} \;\rightarrow\; \beta = \text{atan}\left(\dfrac{h}{(b + h/\sin 45°)}\right) = 16{,}45°$

Per $\varphi = 90°$ $\quad \tan\beta = \dfrac{b}{(|OP| - h)} \;\rightarrow\; \beta = \text{atan}\left(\dfrac{b}{(h/\sin 45° - h)}\right) = 78{,}14°$

Un cartell rectangular i homogeni de massa $m = 12$ kg està subjecte a la barra BO mitjançant dos petits cables d'acer en els punts C i D. El tirant AB manté el sistema en equilibri. La barra està articulada amb la paret en el punt O, i les masses de tots els elements són negligibles, excepte la del cartell rectangular.



a) Determineu les forces T_C i T_D a les quals estan sotmesos els cables d'acer.

b) Dibuixeu el diagrama de cos lliure de la barra BO.

c) L'angle φ.

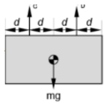
d) La força T_{AB} a la qual està sotmès el tirant AB.

e) Les forces horitzontal F_H i vertical F_V a l'articulació O.

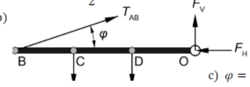
a) $\sum F_{\text{verticals}} = 0 \ \rightarrow \ T_C + T_D = mg$

$\sum M(G) = 0 \ \rightarrow \ T_C \cdot d - T_D \cdot d = 0$

$T_C = T_D = \dfrac{mg}{2} = 58{,}84$ N



b)



c) $\varphi = \text{atan}\left(\frac{1}{3}\right) = 18{,}43°$

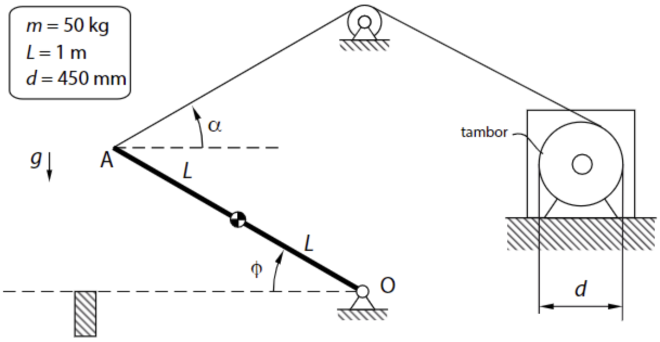
d) $\sum M(O) = 0; \quad -T_{AB}\sin\varphi \cdot 3L + T_C \cdot 2L + T_D \cdot L = 0 \rightarrow T_{AB} = 186{,}1$

e) $\sum F_{\text{horitzontals}} = 0 \ \rightarrow \ F_H = T_{AB} \cdot \cos\varphi \qquad \rightarrow \ F_H = 176{,}5$ N

$\sum F_{\text{verticals}} = 0 \ \rightarrow \ T_{AB}\sin\varphi + F_V = T_C + T_D \ \rightarrow \ F_V = 58{,}84$ N

Exercici 5

[2,5 punts en total]



El sistema de la figura permet manipular una barra de longitud $2L$ mitjançant un motor que s'uneix a un tambor de diàmetre $d = 450$ mm on s'enrotlla el cable. La barra, que és homogènia i té una massa $m = 50$ kg, es troba articulada al punt O, el qual està fixat a terra. La resta d'elements són de massa negligible. En la posició mostrada en la figura, el sistema està en equilibri estàtic i $\alpha = \varphi = 30°$.

a) Dibuixeu el diagrama de cos lliure de la barra OA.

b) La força T a la qual està sotmès el cable.

c) Les forces vertical F_V i horitzontal F_H a l'articulació O.

d) El parell Γ que subministra el motor.

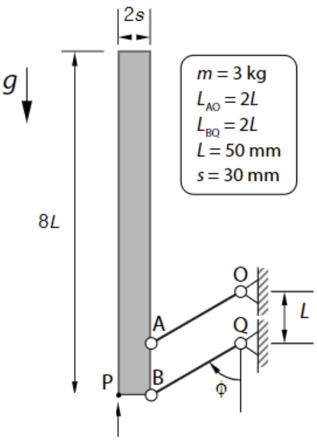
b) $\sum M(O) = 0 \ \rightarrow \ T\cos(30)2L - mg\cos(30)L = 0 \ \rightarrow T = \dfrac{mg}{2} = 245{,}2$ N

c) $\left.\begin{array}{ll} \sum F_{\text{horitzontals}} = 0 \ \rightarrow \ T\cos(30) - F_H = 0 \\ \sum F_{\text{verticals}} = 0 \ \rightarrow \ T\sin(30) - mg + F_V = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} F_H = T\sqrt{3}/2 = 212{,}3\text{ N} \\ F_V = 3mg/4 = 367{,}8\text{ N} \end{array}$

d) $\Gamma = T\dfrac{d}{2} = 55{,}16$ Nm

Exercici 5

El mecanisme de la figura s'utilitza per a elevar la porta d'un armari. Les dues barres de longitud $L_{AO} = L_{BQ} = 2L$ són de massa negligible i estan articulades a la paret i a la porta. La porta és homogènia i de massa $m = 3$ kg. Té una longitud de $8L$ i un gruix de $2s$. Les barres varien l'angle respecte de la vertical entre $\varphi = 5°$ (porta tancada) i $\varphi = 175°$ (porta oberta). Per elevar la porta, una persona fa una força vertical F al punt P. Es negligeixen les resistències passives.

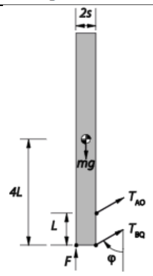


a) Dibuixeu el diagrama de cos lliure de la porta per a un angle φ qualsevol dins del rang de funcionament.

Considerant que la porta està en repòs, determineu:

b) El valor de la força F aplicada.

c) El valor de les forces T_{AO} i T_{BQ} que les barres fan sobre la porta quan $\varphi = 30°$.

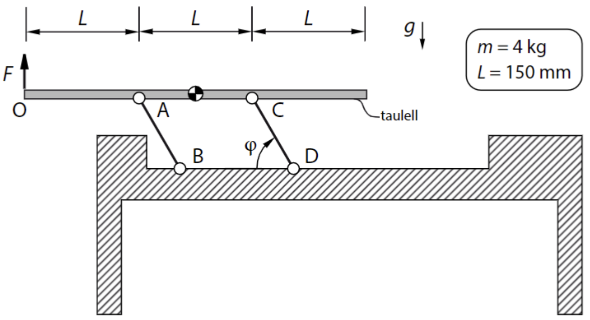


b) $\left.\begin{array}{l} \sum F_{\text{horitzontals}} = 0; \\ T_{AO}\sin(\varphi) + T_{BQ}\sin(\varphi) = 0; \ \ T_{AO} = -T_{BQ} \\ \sum F_{\text{verticals}} = 0; \\ T_{AO}\cos(\varphi) + T_{BQ}\cos(\varphi) + F - mg = 0 \end{array}\right\} F = mg = 29{,}42\text{ N}$

c) $\sum M(P) = 0;$

$mgs - T_{BQ}\cos(\varphi)2s - T_{AO}\cos(\varphi)2s + T_{AO}\sin(\varphi)L = 0$

$T_{AO} = -\left.\dfrac{mgs}{\sin(\varphi)L}\right|_{\varphi=30°} = -35{,}31\text{N}$



La figura representa el sistema que permet elevar el taulell d'una taula de centre. El taulell és homogeni i de gruix negligible. Té una longitud $3L$ i una massa $m = 4$ kg. Les barres AB i CD, de massa negligible, tenen els extrems articulats al taulell i a l'estructura de la taula, que està fixada al terra. S'aplica una força F vertical al punt O.

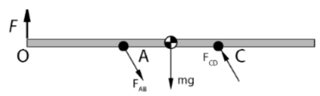
a) Dibuixeu el diagrama de cos lliure del taulell.

Sabent que el sistema està en equilibri i que $\varphi = 60°$, determineu:

b) El valor de la força F aplicada.

c) El valor de les forces F_{AB} i F_{CD} que fan les barres sobre el taulell. Treballen a compressió o a tracció?

a)



b)

$$\left.\begin{array}{l}\sum F_{horitzontals}=0 \quad \rightarrow \quad F_{AB}\cos(\varphi)-F_{CD}\cos(\varphi)=0 \\ \sum F_{verticals}=0 \quad \rightarrow \quad F-F_{AB}\sin(\varphi)+F_{AB}\sin(\varphi)-mg=0\end{array}\right\} \begin{array}{l}F_{AB}=F_{CD}\\ F=mg=39{,}23\,\text{N}\end{array}$$

c)

$$\sum M(\text{A})=0 \quad \rightarrow \quad F\,L+m\,g\,\frac{L}{2}-F_{CD}L\sin(60)=0 \quad \rightarrow F_{CD}=\frac{F+\frac{m\,g}{2}}{\sin(60)}=67{,}94\ \text{N}$$

$$F_{AB}=F_{CD}=67{,}94\,\text{N}$$

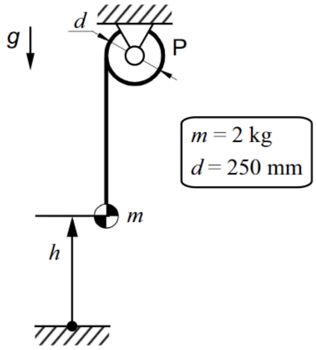
2023 Una pantalla de projecció té una massa $m = 2$ kg a la part inferior per a mantenir-la sempre tibada. Un motor reductor de rendiment $\eta_{mot} = 0{,}9$ és l'encarregat de recollir la pantalla en el corró de diàmetre $d = 250$ mm, que es troba articulat amb el sostre al punt P.

El punt inferior de la pantalla es desplaça verticalment des d'una altura $h_1 = 0{,}3$ m fins a $h_2 = 2$ m en $t = 8$ s, a velocitat constant. Si la massa de la resta d'elements és negligible, determineu:

a) La potència elèctrica mitjana $P_{elèctr}$ consumida pel motor reductor.

b) La velocitat angular de l'eix de sortida del motor reductor ω_{mot} i el parell aplicat per aquest al tambor Γ_{mot}.

c) L'increment percentual, *Inc*, de la potència elèctrica si es volgués fer pujar la pantalla amb la meitat del temps.



a) $P_{mec}=mgv=\dfrac{mg(h_2-h_1)}{t}$; $\quad P_{elèctr}=\dfrac{P_{mec}}{\eta_{mot}}=4{,}631\,\text{W}$

b) $\omega_{mot}=\dfrac{v}{d/2}=1{,}7\,\text{rad/s}$; $\quad \Gamma_{mot}=\dfrac{P_{mec}}{\omega_{mot}}=2{,}452\,\text{Nm}$

c) $\tilde{P}_{elèctr}=\dfrac{mg(h_2-h_1)}{\eta_{mot}t/2}=2\,P_{elèctr}$

$$Inc=\frac{\tilde{P}_{elèctr}-P_{elèctr}}{P_{elèctr}}=100\,\%$$

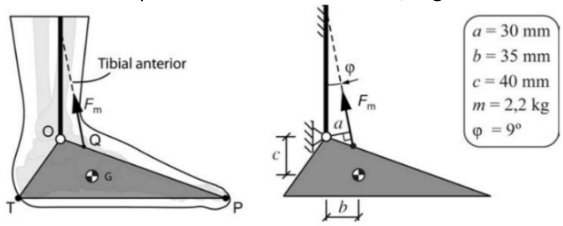
2024. Es vol estudiar la força necessària que ha de fer el múscul tibial anterior per tal de garantir que la planta del peu es trobi en posició horitzontal quan es manté elevat sense tocar a terra. La figura mostra un esquema del peu en aquesta posició. El centre de l'articulació del turmell és el punt O, que es considera fix. El peu, que s'ha representat amb el triangle OPT, té el centre d'inèrcia al punt G i una massa m = 2,2 kg.

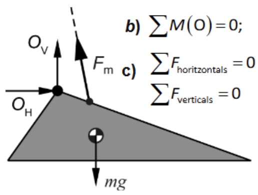
El múscul tibial anterior s'insereix al punt Q i fa una força F_m. El seu braç de moment respecte a O (distància entre la línia d'acció de la força i el punt O) és a = 30 mm i la seva línia d'acció forma un angle ϕ = 9° respecte a la vertical. Per a aquesta posició estàtica:

a) Dibuixeu el diagrama de cos lliure del peu.

b) Determineu la força que fa el múscul, F_m.

c) Determineu les forces a l'articulació O.





b) $\sum M(\text{O})=0$; $\quad F_m a-mg\,\text{b}=0$; $\quad\rightarrow\quad F_m=25{,}17\,\text{N}$

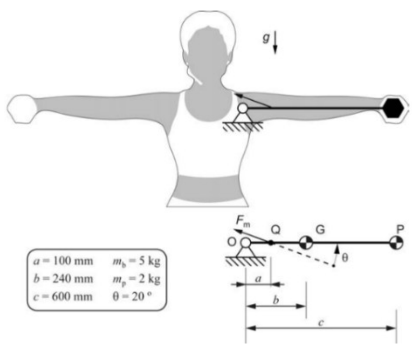
c) $$\left.\begin{array}{l}\sum F_{horitzontals}=0 \quad \rightarrow \quad O_H=F_m\sin(\varphi)\\ \sum F_{verticals}=0 \quad \rightarrow \quad O_V+F_m\cos(\varphi)-mg=0\end{array}\right\} \begin{array}{l}O_H=3{,}938\,\text{N}\\ O_V=-3{,}286\,\text{N}\end{array}$$

2024 S La figura mostra una persona amb els braços estirats sostenint dos pesos (un a l'extrem de cada braç). També inclou l'esquema simplificat d'un dels braços per a fer-ne l'anàlisi estàtica. El punt O representa l'articulació de l'espatlla i F_m és la força que fa el múscul deltoide. El múscul està inserit al punt Q i la seva línia d'acció forma un angle θ = 20° respecte a l'horitzontal. El sistema està en equilibri. La massa del braç és m_b = 5 kg i el seu centre d'inèrcia es troba al punt G; el pes té una massa m_p = 2 kg i el seu centre d'inèrcia és el punt P.

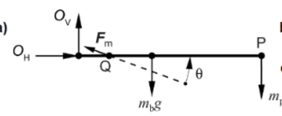
a) Dibuixeu el diagrama de cos lliure del braç.

b) Determineu la força que fa el múscul, Fm.

c) Determineu les forces a l'articulació O



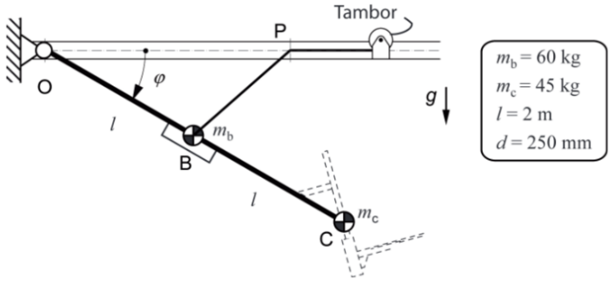
a)



b) $\sum M(\text{O})=0$; $\quad F_m\sin(\theta)a-m_b\,g\,b-m_p\,g\,c=0 \quad\rightarrow\quad F_m=688{,}2\,\text{N}$

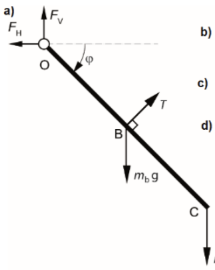
c) $$\left.\begin{array}{l}\sum F_{horitzontals}=0 \quad \rightarrow \quad O_H-F_m\cos(\theta)=0\\ \sum F_{verticals}=0 \quad \rightarrow \quad O_V+F_m\sin(\theta)-m_b g-m_p g=0\end{array}\right\} \begin{array}{l}O_H=F_m\cos(20)=646{,}7\,\text{N}\\ O_V=g(m_b+m_p)-F_m\sin(20)=-166{,}7\,\text{N}\end{array}$$

2023 S Una cistella de bàsquet de massa mc = 45 kg és solidària a una barra homogènia OBC de longitud 2l = 4 m i massa mb = 60 kg. El punt O està articulat al sostre. L'angle entre el sostre i la barra està comprès entre 15° ≤ ϕ ≤ 45°. Per a plegar i desplegar la cistella s'utilitza un mecanisme de tambor, de diàmetre d = 250 mm, en què un motor enrotlla al tambor un cable que hi té l'extrem fixat. El cable passa per una politja situada al sostre al punt P, de diàmetre negligible, i l'altre extrem està fixat al punt mitjà de la barra OBC (punt B). El centre d'inèrcia de la cistella es troba al punt C. En la posició desplegada, ϕ = 45°, el taulell es troba al pla vertical i el cable BP és perpendicular a la barra OBC.



a) Dibuixeu el diagrama de cos lliure de la barra OBC. Determineu: b) La força T a la qual està sotmès el cable.
c) Les forces vertical FV i horitzontal FH a l'articulació O. d) El parell Γ que hauria de fer el motor per a mantenir la cistella en aquesta configuració.

a)



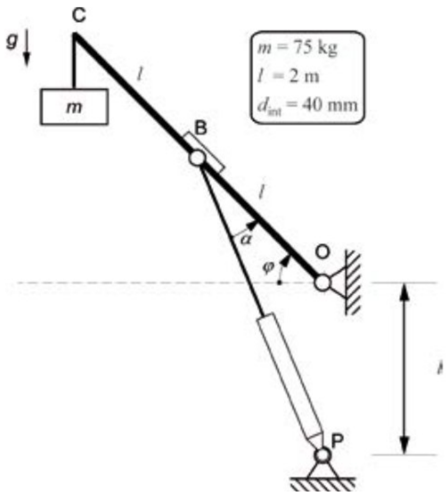
b) $\sum M(O)=0; \quad T\,l - m_b\,g\,l\cos(\varphi) - m_c\,g\,2l\cos(\varphi)=0;$

$\varphi=45^\circ \quad\rightarrow\quad T=1040\,\text{N}$

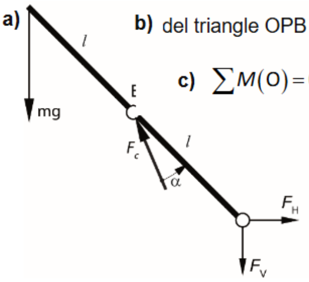
c) $\left.\begin{array}{l}\sum F_{\text{horitzontals}}=0 \quad\rightarrow\quad T\sin(45)-F_H=0\\ \sum F_{\text{verticals}}=0 \quad\rightarrow\quad F_V+T\cos(45)-m_b g-m_c g=0\end{array}\right\} \begin{array}{l}F_H=T\sqrt{2}/2=735{,}5\,\text{N}\\ F_V=g(m_b+m_c)-T\sqrt{2}/2=294{,}2\,\text{N}\end{array}$

d) $\Gamma = T\dfrac{d}{2}=130{,}0\,\text{Nm}$

2023 J La figura mostra un esquema simplificat d'una grua per a elevar caixes de fruita. La barra OBC, de longitud 2l = 4 m (essent B el seu punt mitjà), es troba articulada al terra al punt O. A l'extrem C s'hi pengen 3 caixes de fruita de 25 kg cadascuna (m = 75 kg). La massa de la resta d'elements és negligible. La barra es mou mitjançant un cilindre hidràulic de diàmetre interior d_{int} = 40 mm, que es troba articulat a P i a B. Els punts O i P es troben sobre la mateixa vertical a una distància l = 2 m. El cilindre permet modificar la coordenada ϕ, que pren valors entre 0° < ϕ < 65°. a) Dibuixeu el diagrama de cos lliure de la barra OBC. b) Trobeu la relació entre les coordenades ϕ i α.Sabent que el cilindre hidràulic manté el sistema en equilibri i que ϕ = 30°, determineu: c) La força, Fc, que fa el cilindre hidràulic. d) La pressió relativa p_{int} a l'interior del cilindre.



a)



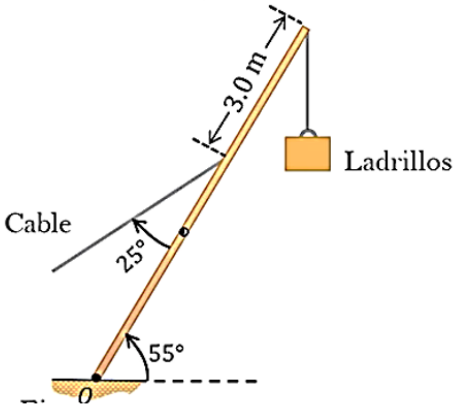
b) del triangle OPB : $\varphi+90+2\alpha=180; \;\; \alpha=\dfrac{90-\varphi}{2}$

c) $\sum M(O)=0; \quad F_c\sin(\alpha)\,l - m\,g\,2l\cos(\varphi)=0;$

$\left.\begin{array}{l}\varphi=30^\circ\\ \alpha=30^\circ\end{array}\right\} \rightarrow \quad F_c=2548\,\text{N}$

d) $p_{int}=\dfrac{F_c}{\dfrac{\pi d_{int}^2}{4}}=2{,}028\,\text{MPa}$

Ejercicio 4 Una grúa de 15000 N puede girar alrededor de un eje sin fricción en su base y está sostenida por un cable que forma un ángulo de 25° con la grúa (figura). La grúa tiene 16 m de largo y <u>no es uniforme</u>; su centro de gravedad está a 7 m del eje medidos a lo largo de la grúa. El cable está sujeto a 3 m del extremo superior de la grúa. La grúa se levanta a 55° por encima de la horizontal, sosteniendo un contenedor con ladrillos de 11000 N mediante una cuerda muy ligera de 2.2 m. Calcule a) la tensión en el cable y b) las componentes vertical y horizontal de la fuerza ejercida por el eje sobre la grúa.



So: T = 29336 N

3-19. La bola D tiene masa de 20 kg. Si se aplica una fuerza F = 100 N de manera horizontal en el anillo localizado en A, determine la dimensión d necesaria para que la fuerza en el cable AC sea igual a cero.